

**Рассмотрено»**  
Руководитель МО  
\_\_\_\_\_ /Гисматуллина Г.Н./  
Протокол № 1 от  
29 августа 2023 года

**«Согласовано»**  
Заместитель  
руководителя по УВР  
МБОУ «СОШ № 16 ЗМР РТ»  
\_\_\_\_\_ / Калятьева Л.Б./  
« 29 » 08 2023 года

**«УТВЕРЖДАЮ»**  
Руководитель «МБОУ  
СОШ № 16 ЗМР РТ»  
\_\_\_\_\_ /Сайфутдинов Р.Р./  
Приказ № 164-ОД  
« 31 » 08 2023 года

**Рабочая программа  
учебного курса  
«Тригонометрические уравнения и неравенства»  
(10 – 11 класс)**

## **Пояснительная записка**

Программа учебного курса составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования на базовом уровне.

Программа предназначена для учащихся 10-11 классов, целью которой является прочное овладение программным объёмом знаний и умений и создание условий для углублённого изучения алгебры. Многие математические задачи сводятся к решению уравнений и неравенств. За время обучения математике школьникам приходится решать достаточно много уравнений и неравенств: линейных, квадратных, тригонометрических, показательных, логарифмических, иррациональных. Обучение методам решения тригонометрических уравнений и неравенств традиционно является важнейшей частью школьного курса математики. При решении тригонометрических уравнений и неравенств помимо технических приходится преодолевать и логические трудности и, в частности, отвечать на вопрос, почему выполненные преобразования не приводят к потере корней или приобретению посторонних корней. Данный курс помимо теоретических сведений, необходимых для решения уравнений и неравенств, содержит интересные и красивые задачи, освещает намеченные, но совершенно нерассматриваемые методы, способы в школьном курсе математики. Вполне оправдано то повышенное внимание, которое уделяется уравнениям и неравенствам, содержащимся в текстах ЕГЭ.

Не смотря на то, что в школьном курсе алгебры темам «Тригонометрические выражения и их преобразования», «Тригонометрические уравнения и неравенства», «Графики тригонометрических функций»делено достаточно времени, все-таки необходимо постоянно повторять, возвращаться к этим темам, тем более что в школьной программе такого материала, как «Решение уравнений и неравенств с обратными тригонометрическими функциями», «Введение вспомогательного аргумента» нет совсем. А этот материал очень богат и интересен. Задачи по тригонометрии встречаются при сдаче ЕГЭ и при поступлении в высшие учебные заведения. В тригонометрии очень много формул. Необходимо, чтобы учащиеся их не просто заучили, а могли всегда эти формулы выводить и хорошо ориентироваться в них.

Данный курс рассчитан на 102 часа согласно утвержденного учебного плана. В 10 класса – 34 часа (1 час в неделю), 11 класс – 68 часов (2 часа в неделю)

Предлагаемые задачи различны по уровню сложности: от простых упражнений на применение изученных формул до заданий повышенной сложности. Все занятия направлены на развитие интереса школьников к предмету, на расширение представлений об изучаемом материале, на решение новых и интересных задач.

### **Основная цель курса:**

- создание условий для развития логического мышления, математической культуры и интуиции учащихся посредством решения тригонометрических уравнений и неравенств, задач повышенной сложности нетрадиционными методами.

### **Задачи курса:**

- научить учащихся решить уравнения повышенной сложности;
- развивать умения самостоятельно приобретать и применять знания;
- развитие познавательных интересов и интеллектуальных способностей в ходе решения тригонометрических уравнений;
- сформировать у учащихся устойчивый интерес к предмету для дальнейшей самостоятельной деятельности при подготовке к ЕГЭ и к конкурсным экзаменам в вузы;

Изучение курса в 10-11 классе дает возможность обучающимся достичь следующих результатов развития:

**в личностном направлении:-** умение ясно, точно, грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи, понимать смысл поставленной задачи, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры;

- критичность мышления, умение распознавать логически некорректные высказывания, отличать гипотезу от факта;
- представление о математической науке как сфере человеческой деятельности, об этапах ее развития, о ее значимости для развития цивилизации;
- креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач;
- умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
- способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений;

**в метапредметном направлении**

**1) регулятивные универсальные учебные действия:**

- овладение обучающимися основами читательской компетенции как средством осуществления своих дальнейших планов: продолжения образования и самообразования, осознанного планирования своего актуального и перспективного круга чтения, в том числе досугового, подготовки к трудовой и социальной деятельности;
- приобретение навыков работы с информацией, работа с текстами, преобразование и интерпретация содержащейся в них информации, в том числе:
  - систематизация, сопоставление, анализ, обобщение информации;
- выделение главной и избыточной информации, выполнение смыслового свертывания выделенных фактов, мыслей;
- представление информации в сжатой словесной форме (в виде плана или тезисов) и в наглядно-символической форме (в виде таблиц, графических схем и диаграмм, карт понятий — концептуальных диаграмм, опорных конспектов);
- заполнение и дополнение таблицы, схемы, диаграммы, текста;
- приобретение опыта проектной деятельности как особой формы учебной работы, способствующей воспитанию самостоятельности, инициативности, ответственности, повышению мотивации и эффективности учебной деятельности;
- умение самостоятельно определять цели обучения, ставить и формулировать новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности;
- умение анализировать существующие и планировать будущие образовательные результаты;
- идентифицировать собственные проблемы и определять главную проблему;
- выдвигать версии решения проблемы, формулировать гипотезы, предвосхищать конечный результат;
- ставить цель деятельности на основе определенной проблемы и существующих возможностей;
- формулировать учебные задачи как шаги достижения поставленной цели деятельности;
- умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач;
- умение определять необходимые действие(я) в соответствии с учебной и познавательной задачей и составлять алгоритм их выполнения;
- умение обосновывать и осуществлять выбор наиболее эффективных способов решения учебных и познавательных задач;
- умение определять/находить, в том числе из предложенных вариантов, условия для

- выполнения учебной и познавательной задачи;
- умение составлять план решения проблемы (выполнения проекта, проведения исследования);
  - умение определять потенциальные затруднения при решении учебной и познавательной задачи и находить средства для их устранения;
  - умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией;
- умение определять совместно с педагогом и сверстниками критерии планируемых результатов и критерии оценки своей учебной деятельности;
- умение систематизировать (в том числе выбирать приоритетные) критерии планируемых результатов и оценки своей деятельности;
- умение оценивать свою деятельность, аргументируя причины достижения или отсутствия планируемого результата;
- умение находить достаточные средства для выполнения учебных действий в изменяющейся ситуации и/или при отсутствии планируемого результата;
- умение, работая по своему плану, вносить коррективы в текущую деятельность на основе анализа изменений ситуации для получения запланированных характеристик продукта/результата;
- умение сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно;
- умение фиксировать и анализировать динамику собственных образовательных результатов;
- владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной;
- умение наблюдать и анализировать собственную учебную и познавательную деятельность и деятельность других обучающихся в процессе взаимопроверки;
- умение соотносить реальные и планируемые результаты индивидуальной образовательной деятельности и делать выводы;
- умение принимать решение в учебной ситуации и нести за него ответственность;
- умение самостоятельно определять причины своего успеха или неуспеха и находить способы выхода из ситуации неуспеха;
- умение ретроспективно определять, какие действия по решению учебной задачи или параметры этих действий привели к получению имеющегося продукта учебной деятельности;
- 2) познавательные универсальные учебные действия:**
- умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, -
  - умение устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное, по аналогии) и делать выводы;
  - умение выстраивать логическую цепочку, состоящую из ключевого слова и соподчиненных ему слов;
  - умение выделять общий признак двух или нескольких предметов или явлений и объяснять их сходство;
  - умение объединять предметы и явления в группы по определенным признакам, сравнивать, классифицировать и обобщать факты и явления;
  - умение выделять явление из общего ряда других явлений;
  - умение выявлять причины и следствия явлений;
  - умение строить рассуждение от общих закономерностей к частным явлениям и от

- частных явлений к общим закономерностям;
- умение строить рассуждение на основе сравнения предметов и явлений, выделяя при этом общие признаки;
  - умение излагать полученную информацию, интерпретируя ее в контексте решаемой задачи;
  - самостоятельно указывать на информацию, нуждающуюся в проверке, предлагать и применять способ проверки достоверности информации;
  - умение объяснять явления, процессы, связи и отношения, выявляемые в ходе познавательной и исследовательской деятельности (приводить объяснение с изменением формы представления; объяснять, детализируя или обобщая; объяснять с заданной точки зрения);
  - умение выявлять и называть причины события, явления, в том числе возможные /наиболее вероятные причины, возможные последствия заданной причины, самостоятельно осуществляя причинно-следственный анализ;
  - умение делать вывод на основе критического анализа разных точек зрения, подтверждать вывод собственной аргументацией или самостоятельно полученными данными;
  - умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач;
- умение определять логические связи между предметами и/или явлениями, обозначать данные логические связи с помощью знаков в схеме;
- строить модель/схему на основе условий задачи и/или способа ее решения;
  - умение переводить сложную по составу (многоаспектную) информацию из графического или формализованного (символьного) представления в текстовое, и наоборот;
  - умение строить схему, алгоритм действия, исправлять или восстанавливать неизвестный ранее алгоритм на основе имеющегося знания об объекте, к которому применяется алгоритм;
  - умение определять необходимые ключевые поисковые слова и запросы;
  - умение осуществлять взаимодействие с электронными поисковыми системами, словарями;
  - умение соотносить полученные результаты поиска со своей деятельностью;
  - формирование качеств мышления, характерных для экономической деятельности и необходимых для успешной социализации учащихся и адаптации их к реальной жизни;
  - изучение взаимодействия математики и экономики с целью привития устойчивого интереса, усвоения, углубления и расширения знаний учащихся;
  - профориентация.

### **3) коммуникативные универсальные учебные действия:**

- умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение;
- умение принимать позицию собеседника, понимая позицию другого, различать в его речи: мнение (точку зрения), доказательство (аргументы), факты; гипотезы, теории;
- умение определять свои действия и действия партнера, которые способствовали или препятствовали продуктивной коммуникации;
- умение строить позитивные отношения в процессе учебной и познавательной деятельности;
- умение корректно и аргументированно отстаивать свою точку зрения, в дискуссии уметь выдвигать контраргументы, перефразировать свою мысль;
- умение критически относиться к собственному мнению, с достоинством признавать ошибочность своего мнения (если оно таково) и корректировать его;

- умение предлагать альтернативное решение в конфликтной ситуации;
  - умение выделять общую точку зрения в дискуссии;
  - умение договариваться о правилах и вопросах для обсуждения в соответствии с поставленной перед группой задачей;
  - умение организовывать учебное взаимодействие в группе (определять общие цели, распределять роли, договариваться друг с другом и т. д.);
  - умение определять задачу коммуникации и в соответствии с ней отбирать речевые средства;
  - умение отбирать и использовать речевые средства в процессе коммуникации с другими людьми (диалог в паре, в малой группе и т. д.);
  - умение представлять в устной или письменной форме развернутый план собственной деятельности;
  - умение соблюдать нормы публичной речи, регламент в монологе и дискуссии в соответствии с коммуникативной задачей;
  - умение высказывать и обосновывать мнение (суждение) и запрашивать мнение партнера в рамках диалога;
  - умение принимать решение в ходе диалога и согласовывать его с собеседником;
  - умение делать оценочный вывод о достижении цели коммуникации непосредственно после завершения коммуникативного контакта и обосновывать его.
  - умение целенаправленно искать и использовать информационные ресурсы, необходимые для решения учебных и практических задач с помощью средств ИКТ;
  - умение использовать компьютерные технологии (включая выбор адекватных задач инструментальных программно-аппаратных средств и сервисов) для решения информационных и коммуникационных учебных задач, в том числе: вычисление, написание писем, докладов, рефератов, создание презентаций и др.;
- умение использовать информацию с учетом этических и правовых норм;
- умение создавать информационные ресурсы разного типа и для разных аудиторий, соблюдать информационную гигиену и правила информационной безопасности.

***в предметном направлении:***

- познакомить учащихся с терминологией, встречающейся при изучении курса, помочь понять ее и правильно использовать;
  - научить учащихся применять математический аппарат при решении заданий;
  - формирование математического аппарата для решения задач из математики, смежных предметов, окружающей реальности;
  - развитие алгоритмического мышления, необходимого, в частности, для освоения курса информатики, физики и других смежных дисциплин;
  - овладение навыками дедуктивных рассуждений;
  - получение конкретных знаний об уравнениях и неравенствах как важнейшей математической модели для описания и исследования разнообразных процессов (равномерных, равноускоренных, экспоненциальных, периодических и др.);
  - развить представления о числе и роли вычислений в человеческой практике;
  - сформировать практические навыки выполнения устных, письменных, инструментальных вычислений;
  - формирование функциональной грамотности – умения воспринимать и анализировать информацию, представленную в различных формах;
  - развитие логического мышления и речи – умения логически обосновывать суждения, проводить несложные систематизации, приводить примеры и контрпримеры,
- использовать различные языки математики (словесный, символический, графический) для иллюстрации, интерпретации, аргументации и доказательства.
- систематизация сведений о числах; изучение новых видов числовых выражений и формул; совершенствование практических навыков и вычислительной культуры,

расширение и совершенствование алгебраического аппарата, сформированного в основной школе, и его применение к решению математических и нематематических задач;

- расширение и систематизация общих сведений о функциях, пополнение класса изучаемых функций, иллюстрация широты применения функций для описания и изучения реальных зависимостей;
- изучение свойств пространственных тел, формирование умения применять полученные знания для решения практических задач;
- развитие представлений о вероятностно-статистических закономерностях в окружающем мире, совершенствование интеллектуальных и речевых умений путем обогащения математического языка, развития логического мышления;
- знакомство с основными идеями и методами математического анализа;
- получение конкретных знаний о плоскостях прямых, углах в пространстве);
- изучение параллельности прямых и плоскостей, параллельности плоскостей, перпендикулярности прямых и плоскостей;
- изучение свойств многогранников, сечений многогранников, формул нахождения площадей поверхностей многогранников;
- систематическое изучение свойств геометрических тел в пространстве;
- развитие пространственных представлений учащихся;
- освоение способов вычисления практически важных геометрических величин;
- формирование умения применять полученные знания для решения практических задач.

Результативность курса определяется в ходе итогового зачёта.

Материал программы построен с учётом использования активных методов обучения, а рациональное распределение разделов программы позволит получить качественные знания и достичь запланированных результатов.

**Календарно-тематическое планирование  
(10 класс)**

№	Тема урока	Дата	
		По плану	Факт.
1	Радианная мера угла. Определение синуса, косинуса, тангенса и котангенса угла. Знаки тригонометрических функций.		
2	Тригонометрические тождества.		
3	Формулы сложения.		
4	Синус, косинус, тангенс и котангенс двойного угла.		
5	Формулы приведения.		
6	Сумма и разность синусов. Сумма и разность косинусов.		
7	Преобразование тригонометрических выражений		
8	Преобразование тригонометрических выражений		
9	Простейшие тригонометрические уравнения.		
10	Решение уравнений, приводимых к алгебраическим. Однородные уравнения.		
11	Уравнения, решаемые разложением на множители		
12	Уравнения, решаемые с помощью условия равенства однородных тригонометрических функций.		
13	Уравнения, решаемые с помощью условия равенства однородных тригонометрических функций.		
14	Уравнения, решаемые с помощью формул сложения тригонометрических функций.		
15	Уравнения, решаемые с помощью формул сложения тригонометрических функций.		
16	Уравнения, решаемые с помощью преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.		
17	Уравнения, решаемые с помощью преобразования произведения тригонометрических функций в сумму.		
18	Уравнения, решаемые с помощью формул понижения степени.		
19	Уравнения однородного вида.		
20	Уравнения однородного вида.		
21	Решение уравнений смешанного типа.		
22	Решение уравнений смешанного типа.		
23	Системы уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое, а другое- сумма тригонометрических функций.		
24	Системы уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое, а другое- сумма тригонометрических функций.		
25	Системы уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое, а другое- сумма тригонометрических функций.		
26	Системы уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое, а другое- произведение тригонометрических функций.		
27	Системы уравнений, в которых одно уравнение -		

	алгебраическое, а другое- произведение тригонометрических функций.		
28	Системы уравнений, в которых одно уравнение - алгебраическое, а другое- произведение тригонометрических функций.		
29	Системы уравнений, в которых одно уравнение – алгебраическое, а другое – отношение тригонометрических функций.		
30	Системы уравнений, в которых одно уравнение – алгебраическое, а другое – отношение тригонометрических функций.		
31	Системы уравнений, в которых одно уравнение – алгебраическое, а другое – отношение тригонометрических функций.		
32	Системы уравнений, содержащих только тригонометрические функции.		
33	Итоговое тестирование.		
34	Итоговое повторение.		

**Календарно-тематическое планирование  
(11 класс)**

№	Тема урока	Дата	
		По плану	Факт.
1	Повторение изученного		
2	Повторение изученного		
3	Тригонометрические преобразования		
4	Тригонометрические преобразования		
5	Тригонометрические преобразования		
6	Тригонометрические преобразования		
7	Тригонометрические преобразования		
8	Тригонометрические преобразования		
9	Тригонометрические преобразования		
10	Обратные тригонометрические функции		
11	Обратные тригонометрические функции		
12	Обратные тригонометрические функции		
13	Обратные тригонометрические функции		
14	Обратные тригонометрические функции		
15	Обратные тригонометрические функции		
16	Графики тригонометрических функций		
17	Графики тригонометрических функций		
18	Графики тригонометрических функций		
19	Решение тригонометрических уравнений с модулем.		
20	Решение тригонометрических уравнений с модулем.		
21	Решение тригонометрических уравнений с модулем.		
22	Решение тригонометрических уравнений с модулем.		
23	Решение тригонометрических уравнений с модулем.		
24	Решение тригонометрических уравнений с параметром.		
25	Решение тригонометрических уравнений с параметром.		
26	Решение тригонометрических уравнений с параметром.		
27	Решение тригонометрических уравнений с параметром.		
28	Решение тригонометрических уравнений с параметром.		
29	Тригонометрические неравенства.		
30	Тригонометрические неравенства.		
31	Тригонометрические неравенства.		
32	Тригонометрические неравенства.		
33	Методы решения тригонометрических неравенств.		
34	Методы решения тригонометрических неравенств.		
35	Методы решения тригонометрических неравенств.		
36	Методы решения тригонометрических неравенств.		
37	Методы решения тригонометрических неравенств.		
38	Методы решения тригонометрических неравенств.		
39	Методы решения тригонометрических неравенств.		
40	Введение вспомогательного аргумент		
41	Введение вспомогательного аргумента		
42	Введение вспомогательного аргумента		
43	Введение вспомогательного аргумента		
44	Введение вспомогательного аргумента		
45	Введение вспомогательного аргумента		
46	Уравнения, решаемые с помощью оценок		

47	Уравнения, решаемые с помощью оценок		
48	Уравнения, решаемые с помощью оценок		
49	Уравнения, решаемые с помощью оценок		
50	Уравнения с параметрами		
51	Уравнения с параметрами		
52	Уравнения с параметрами		
53	Уравнения с параметрами		
54	Геометрические задачи, приводящие к решению тригонометрических уравнений		
55	Геометрические задачи, приводящие к решению тригонометрических уравнений		
56	Геометрические задачи, приводящие к решению тригонометрических уравнений		
57	Геометрические задачи, приводящие к решению тригонометрических уравнений		
58	Решение уравнений и неравенств		
59	Решение уравнений и неравенств		
60	Решение уравнений и неравенств		
61	Решение уравнений и неравенств		
62	Решение уравнений и неравенств		
63	Решение уравнений и неравенств		
64	Решение уравнений и неравенств		
65	Решение уравнений и неравенств		
66	Итоговое тестирование		
67	Резервное время		
68	Резервное время		

## **Перечень учебно-методического обеспечения:**

### **Литература для учащихся:**

1. . Г. Мордкович, П. В. Семенов. Алгебра и начала математического анализа 10-11 класс. Базовый уровень. Часть 1, 2. ФГОС. Изд.: Мнемозина, 2019.
2. Чулков. П.В.Уравнения и неравенства в школьном курсе математики.- М.. Педагогический университет «Первое сентября»
- 3.Тесты ЕГЭ 2020— 2021 год
- 5.Алгебраические уравнения в курсе элементарной математики. Математика. «Первое сентября» №13 ,47,48-2014

### **Литература для учителя:**

1. Гомонов С. А. Методические рекомендации к элективному курсу С.А. Гомонова Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения. 10 -11 классы. Профильное обучение Элективные курсы. Москва. Дрофа 2011.
2. Элективный курс. Неравенства: через тернии к успеху. Алгебра 10 – 11 классы./ Составитель Ким Н. А. – Волгоград: ИТД «Корифей». 2008г.
3. И.Ф. Шарыгин, В.И. Голубев Факультативный курс по математике: Решение задач. – М.: Просвещение, 2014.
4. М.И. Сканави, Сборник задач по математике для поступающих во втузы. – М.: ОНИКС 21 век, Мир и Образование, Альянс-В, 2014.
5. Горштейн П.И., Полонский В.Б., Якир м.С. Задачи с параметрами, 2014г.
6. 3000 конкурсных задач по математике, 2011г. Под редакцией Бобылева Н. А. 7.Севрюков П.Ф., Смоляков А.Н.Тригонометрические, показательные и логарифмические уравнения и неравенства, 2008г