Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2019-2020 год.

Продолжительность олимпиады 120 минут

8 класс

1. В числовом выражении некоторые цифры заменили буквами (разные цифры — разными буквами, одинаковые цифры — одинаковыми буквами). Получилось следующее:

$$\overline{2019A} : \overline{B0A} = \overline{AA}.$$

Какое числовое выражение было записано изначально? ($\overline{2019A}$ изначально было пятизначным числом, а $\overline{B0A}$ - трехзначным). **Достаточно привести ОДИН пример!**

2. Караванщик Али имеет меньше ста верблюдов. Он решил написать завещание. Старший сын получит треть стада. Второму достанется четверть стада, третьему – пятая часть стада. Сколько верблюдов достанется младшему четвертому сыну? (Каждому досталось целое число верблюдов.)

3. Флорист Стёпа решил посадить вдоль забора 25 цветов – ирисы и маки. Стёпа считает, что нельзя сажать два мака подряд, а рядом с каждым ирисом должен быть посажен ещё хотя бы один ирис. Стёпа посадил 9 маков. Мог ли тринадцатый цветок оказаться ирисом?

4. Докажите, что выражение $1009! \cdot 1010! \cdot 2019! \cdot 2020!$ не является квадратом натурального числа ($n! = 1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot . . . \cdot n$).

5. Известно, что выпуклый четырёхугольник ABCD таков, что $\angle BAC = \angle BDA$ и $\angle BAD = \angle ADC = 60^\circ$. Найдите длину AB, если известно, что AD = 20, CD = 6.

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2019-20 год.

Продолжительность олимпиады 120 минут

9 класс

1. Караванщик Али имеет меньше ста верблюдов. Он решил написать завещание. Старший сын получит половину стада. Второму достанется четверть стада, третьему – пятнадцатая часть стада. Сколько верблюдов достанется младшему четвертому сыну? (Каждому досталось целое число верблюдов.)

2. На стороне KL квадрата ACLK во внешнюю сторону построен равносторонний треугольник KLB. Докажите, что радиус описанной окружности треугольника ABC равен основанию AC.

3. Корни квадратного уравнения $2019x^2 + ax + b = 0$ — целые числа. Докажите, что дискриминант этого уравнения делится на 2019^2 .

4. Сколько существует пар натуральных чисел a и b таких, что

НОК(a, b) = НОД(a, b) + 17. Напоминаем, что НОД(a, b) — это наибольший общий делитель, то есть наибольшее натуральное число, на которое делятся и a и b. НОК(a, b) — это наименьшее общее кратное, то есть наименьшее натуральное число, которое делится и на a, и на b.

5. Вдоль автотрассы М7 расположены 40 кафе. Хозяин каждого из них

посчитал сумму расстояний до оставшихся заведений. Возможно ли такое, что

у всех получились различные числа?

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2019-20 год.

Продолжительность олимпиады 120 минут

10 класс

1. Равиль сбегает с пятого этажа на первый на 2 секунды быстрее, чем Марк едет на лифте. Марк едет на лифте с пятого этажа на первый на 2 секунды быстрее, чем Равиль сбегает с шестого этажа на первый. За сколько секунд Равиль сбегает с пятого этажа на первый? (Длины пролетов лестницы между всеми этажами одинаковы).

2. На столе лежат фишки пронумерованные от 1 до 55. Можно ли разложить их на 13 кучек так, чтобы в каждой группе произведение чисел на фишках делилось на 9?

3. Правильный треугольник ABC вписан в окружность. На меньшей дуге CB окружности выбрана произвольная точка D. Внутри треугольника отмечена такая точка E, что BDE — правильный треугольник. Найдите ∠AEB.

4. Уравнение $x^3 + 1 = ax$ имеет ровно два положительных корня, и отношение большего из них к меньшему равно 2019. Уравнение $x^3 + 1 = ax^2$ также имеет ровно два положительных корня. Докажите, что отношение большего из них к меньшему также равно 2019.

5. Двое играют в «Захватчиков» на квадратном поле 7×7. Они поочерёдно захватывают клеточки: Первый — ставит крестик на любое поле, Второй — ставит два нолика на любые две соседних по стороне клетки. Если перед ходом Второго на поле не осталось пары соседних клеток, то все оставшиеся клетки достаются крестикам. Кто из игроков сможет захватить больше половины всей доски вне зависимости от действий соперника?

Школьный этап всероссийской олимпиады школьников по математике.

2019-20 год.

Продолжительность олимпиады 120 минут

11 класс

1. Докажите, что уравнение $x^2 + 2^{2019}x + 2^{2021} = 0$ не имеет целых корней.

2. В окружность вписан пятиугольник ABCDE. Известно, что ∠ADB = 30◦ и ∠ABC=90◦. Найдите величину угла ∠BEC.

3. На доске написано число ноль. Марату разрешается совершать следующие операции:

- применить к одному из написанных на доске чисел тригонометрическую (sin, cos, tg или ctg) или обратную тригонометрическую ($arcsin, arccos,$ $arctg$ или $arcctg$) функцию и написать результат на доске;

- написать на доске частное или произведение двух уже написанных чисел.

Помогите Марату написать на доске $\sqrt{6}$.

4. На ребре BB' куба $ABCDA'B'C'D'$ с ребром длины 2 отмечена точка E. В пространстве отмечена такая точка T, что $TC = \sqrt{13}$ и $TD = \sqrt{17}$. Найдите длину высоты тетраэдра $TECD$, опущенной из вершины D.

5. В художественном наборе графа Дракулы есть 120 карандашей: белые, черные и красные. Известно, что если произвольным образом вытащить из набора 101 карандаш, то среди них обязательно найдутся три разноцветных. Какое наименьшее количество карандашей нужно достать из набора наугад, чтобы среди них обязательно было два разноцветных?