## 5-7 класс

### Задача 7.1.(6.1) Старинная пословица.

Путь в тысячу *ли* начинается с первого шага (китайская пословица).
Путь в тысячу *ри* начинается с первого шага (японская пословица).

Китайские единицы измерения в древности были заимствованы японцами. Так, единица «ли», использовавшаяся для измерения больших расстояний, превратилась в «ри», а «чи», употреблявшаяся для измерения малых расстояний, стала называться «сяку» (иероглифы одни и те же). Однако с течением времени определение японских и китайских единиц изменилось. Известно, что в современном Китае 1 ли = 1500 чи, а в Японии 1 ри = 36 тё, 1 тё = 360 сяку. Насколько бóльший путь (в километрах) описан в японском варианте пословицы по сравнению с китайским, если 33 сяку = 10 м, а 1 м = 3 чи?

**Ответ:** 3427 км.

**Решение:** Определим сначала величину 1 ли в метрах:

$$1 \text{ ли} = 1500 \text{ чи}, \; 1 \text{ чи} = \frac{1}{3} \text{ м} \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ ли} = 1500 \cdot \frac{1}{3} \text{ м} = 500 \text{ м}.$$

Теперь вычислим, чему равен 1 ри:

$$1 \text{ ри} = 36 \times 360 \text{ сяку} = 12960 \text{ сяку}, \; 1 \text{ сяку} = \frac{10}{33} \text{ м} \quad \Rightarrow \quad 1 \text{ ри} = 12960 \cdot \frac{10}{33} \text{ м} \approx 3927 \text{ м}.$$

Следовательно, длина пути в 1000 ли равна 500 км, а пути в 1000 ри — 3927 км. Разность составляет 3427 км.

**Критерии:**

Найдено значение 1 ли в метрах . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Найдено значение 1 ри в метрах . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4 балла
Найдена длина пути в 1000 ли (в километрах) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Найдена длина пути в 1000 ри (в километрах) . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Найдена разность путей . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл

---

### Задача 7.2.(6.2) Трансокеанские перелёты.

Самолёт авиакомпании «Qantas» вылетел из Лос-Анджелеса в среду в 22:40 и приземлился в Сиднее в 8:40 пятницы. Обратный рейс вылетел тем же днём в 11:40 и вернулся в Лос-Анджелес в 6:10 в пятницу. Какова разница между местным временем Сиднея и Лос-Анджелеса, если в первом случае средняя скорость самолёта была на 10% меньше, чем во втором? Время вылета и прилёта самолёта везде указано местное. Расстояние, которое пролетает самолёт туда и обратно, считать одинаковым.

**Ответ:** 19 ч.

**Решение:** Пусть местное время в Сиднее отличается на $T$ от местного времени в Лос-Анджелесе. Самолёт взлетел в 22:40 в среду, а приземлился в 8:40 в пятницу. Без учёта сдвига часовых поясов, разница составляет 34 часа, поэтому время полёта равно $t_1 = 34 \text{ ч} - T$. При полёте в обратном направлении время, как кажется, идёт назад (на 5,5 часов). Следовательно, обратный перелёт длился $t_2 = T - 5{,}5$ ч.

Скорость самолёта в первом случае была на 10% меньше, поэтому время в пути из Лос-Анджелеса в Сидней было в 10/9 раз больше, чем во втором случае:

$$t_1 = \frac{10\,t_2}{9} \quad \Rightarrow \quad 34 \text{ ч} - T = \frac{10}{9}(T - 5{,}5 \text{ ч}) \quad \Rightarrow \quad T = 19 \text{ ч}.$$

**Критерии:**

Записано выражение для времени полёта в первом случае . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано выражение для времени полёта в втором случае . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Указано, что $t_1 = 10\,t_2/9$, или на аналогичное соотношение . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано уравнение для определения $T$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено $T$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 7.3.(6.3) Перекус Карлсона.**

Карлсон получил в подарок от своей бабушки большую банку варенья. До приезда телевидения оставалось 1,5 часа, и он решил подкрепиться. Первую половину содержимого Карлсон съел со скоростью 9 ложек в минуту. Потом позвонил Малыш, и Карлсон в течение получаса, отвлекаясь на разговор, стал есть со скоростью 4 ложки в минуту. Когда друзья наговорились, оказалось, что в банке осталась треть от её первоначального содержимого. С какой минимальной скоростью Карлсон должен есть оставшуюся часть варенья, чтобы успеть закончить еду к приезду телевидения?

**Ответ:** 12 ложек в минуту.

**Решение:** Во время разговора с Малышом Карлсон съел

$$4\,\frac{\text{ложки}}{\text{мин}} \times 30\text{ мин} = 120\text{ ложек варенья.}$$

Так как в начале он съел половину, а в конце осталась треть банки, то во время разговора он осилил 1/6 всего содержимого. Отсюда получаем, что вся банка содержала $120\times 6 = 720$ ложек варенья.

На поедание первой половины Карлсон потратил

$$t_1 = \frac{360\text{ ложек}}{9\text{ ложек/мин}} = 40\text{ мин.}$$

Поэтому до приезда телевидения у него осталось $t_3 = 90\text{ мин} - 40\text{ мин} - 30\text{мин} = 20\text{ мин}$. За это время ему нужно съесть треть банки, то есть 240 ложек. Следовательно, скорость, с которой ему нужно это делать, равна

$$\frac{240\text{ ложек}}{20\text{ мин}} = 12\,\frac{\text{ложек}}{\text{мин}}.$$

**Критерии:**

Найдено количество варенья, съеденного во время разговора (120 ложек) . . . . . . . 2 балла
Найдено количество ложек во всей банке . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено время на поедание первой половины банки . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено время на поедание последней трети . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдена скорость поедания последней трети . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 7.4. Интервью Карлсона.**

Во время своего интервью городскому телевидению Карлсон вспомнил про один случай. Как-то раз, сидя на краю крыши, он увидел внизу жулика, выбегающиего из подъезда дома со скоростью 7 м/с. Карлсон не растерялся, сразу же спикировал вертикально вниз со скоростью 15 м/с, погнался за негодяем и догнал его. Ещё Карлсон заметил, что скорость его горизонтального полёта была равна 10 м/с, а высота, с которой он пикировал, составила 27 м. На каком расстоянии от подъезда Карлсон догнал жулика? Сколько времени прошло от момента обнаружения жулика до его поимки? Считать, что жулик убегал по прямой.

**Ответ:** 42 м, 6 с.

**Решение:** Пусть Карлсон догнал жулика на расстоянии $s$ от подъезда. Тогда время, которое длилась погоня, равно $t = s/(7\text{ м/с})$. С другой стороны, Карлсон пикировал вниз в течение $t_1 = 27\text{ м}/(15\text{ м/с}) = 1{,}8\text{ с}$ и гнался за жуликом, летя горизонтально, в течение времени $t_2 = s/(10\text{ м/с})$. Так как $t = t_1 + t_2$, получаем уравнение

$$\frac{s}{7\text{ м/с}} = 1{,}8\text{ с} + \frac{s}{10\text{ м/с}} \quad \Rightarrow \quad s\left(\frac{1}{7\text{ м/с}} - \frac{1}{10\text{ м/с}}\right) = 1{,}8\text{ с} \quad \Rightarrow \quad s = \frac{1{,}8}{1/7 - 1/10}\text{ м} = 42\text{ м}.$$

Соотвественно, время погони равно $t = 42\text{ м}/(7\text{ м/с}) = 6\text{ с}$.

**Критерии:**

Найдено время пикирования $t_1$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Записано выражение для времени $t$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано выражение для времени $t_2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано уравнение для нахождения $s$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Найдено расстояние $s$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Вычислено время $t$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл

Максимально возможный балл в 5-6 классе . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 30
Максимально возможный балл в 7 классе . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 40

## 8 класс

**Задача 8.1. Средняя скорость.**
Автомобиль ехал из Аистово в Ведёркино через деревню Борисово. На участке между Аистово и Борисово он двигался со скоростью, вдвое большей его средней скорости на всём пути. На участке Борисово–Ведёркино его скорость упала и составила половину от средней скорости. Какую долю всего пути от Аистово до Ведёркино составил первый участок?

**Ответ:** 2/3.

**Решение:** Пусть $v$ — средняя скорость автомобиля на всём пути, $s_1$ — расстояние между Аистово и Борисово, а $s_2$ — расстояние от Борисово до Ведёркино. Время, которое он потратил на первом участке, равно $t_1 = s_1/(2v)$, а на втором — $t_2 = s_2/(v/2) = 2s_2/v$. С другой стороны, общее время в пути равно $t = (s_1 + s_2)/v$. Отсюда получаем, что

$$t = t_1 + t_2 \quad \Rightarrow \quad \frac{s_1 + s_2}{v} = \frac{s_1}{2v} + \frac{2s_2}{v} \quad \Rightarrow \quad s_1 + s_2 = \frac{s_1}{2} + 2s_2 \quad \Rightarrow \quad s_1 = 2s_2.$$

Так как весь путь, в этом случае, равен $s_1 + s_2 = 3s_2$, находим, что первый участок составляет 2/3 всего пути.

**Критерии:**

Записано правильное выражение для $t_1$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано правильное выражение для $t_2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано правильное выражение для $t$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдена связь между $s_1$ и $s_2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено, что $s_1$ составляет 2/3 всего пути . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 8.2. Брусок в мерном сосуде.**
В мерном сосуде с водой находится деревянный брусок, на котором лежит металлическая деталь массой 12 г (см. рис. 8.1а). Деталь скатилась и упала на дно сосуда (рис. 8.1б). Определите **с помощью рисунков** объём бруска и плотность материала, из которого сделана деталь. Плотность воды равна 1000 кг/м$^3$. Брусок имеет форму прямоугольного параллелепипеда.


а) б)

Рис. 8.1.

**Ответ:** 36 см$^3$, 6000 кг/м$^3$.

**Решение:** По шкале мерного сосуда определяем, что в первом случае брусок погружен в воду на 5/6 своего объёма, а во втором случае — наполовину. С другой стороны, уровень воды в сосуде опустился с отметки «140 мл» до «130 мл». Это значит, что объём погруженной части в первом случае на 10 мл $=$ 10 см$^3$ больше, чем во втором. Пусть $V_б$ — объём бруска, а $V$ — объём детали. Тогда

$$10\text{ см}^3 = \frac{5V_б}{6} - \left(\frac{V_б}{2} + V\right) = \frac{V_б}{3} - V.$$

Запишем теперь условия плавания бруска в каждом случае ($m$ — масса детали, $\rho_д$ — плотность дерева):

$$mg + \rho_д g V_б = \rho_в g \cdot \frac{5V_б}{6} \qquad \text{(первый случай)},$$

$$\rho_д g V_б = \rho_в g \cdot \frac{V_б}{2} \qquad \text{(второй случай)}.$$

Отсюда находим, что

$$mg = \rho_в g V_б/3 \quad \Rightarrow \quad V_б = \frac{3m}{\rho_в} = 36 \text{ см}^3.$$

Объём детали, соотвественно, равен

$$V = \frac{V_б}{3} - 10 \text{ см}^3 = 2 \text{ см}^3.$$

Исходя из этого, определяем плотность материала детали:

$$\rho = \frac{m}{V} = \frac{12 \text{ г}}{2 \text{ см}^3} = 6 \ \frac{\text{г}}{\text{см}^3}.$$

**Критерии:**

По рисункам определены погруженные части бруска в обоих случаях . . . . . . . . . . 2 балла
Записаны условия плавания . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найден объём бруска . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найден объём детали . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Вычислена плотность детали . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл

---

**Задача 8.3. Переливание воды.**

В двух одинаковых алюминиевых калориметрах находится в тепловом равновесии вода: в первом — 60 г при температуре 10 ℃, во втором — 40 г при температуре 80 ℃. Воду из второго калориметра переливают в первый калориметр, после чего температура воды в нём становится равной 36 ℃. Какова масса калориметра? Удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг·℃), алюминия — 920 Дж/(кг·℃). Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

**Ответ:** 35 г.

**Решение:** Пусть $m_1$ — масса воды в первом калориметре, $m_2$ — масса воды во втором, а $M$ — масса самого калориметра. Горячая вода отдаёт количество теплоты, равное

$$Q_{отд} = c_в m_2 (80\,℃ - 36\,℃) = 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot℃) \cdot 0{,}04 \text{ кг} \cdot 44\,℃ = 7392 \text{ Дж}.$$

Оно идёт на нагрев до 36 ℃ первого калориметра и воды в нём. Запишем уравнение теплового баланса:

$$Q_{пол} = Q_{отд} \quad \Rightarrow \quad c_в m_1 (36\,℃ - 10\,℃) + c_{ал} M (36\,℃ - 10\,℃) = 7392 \text{ Дж}.$$

Отсюда получаем, что

$$c_{ал} M \cdot 26\,℃ = 7392 \text{ Дж} - c_в m_1 \cdot 26\,℃ = 7392 \text{ Дж} - 4200 \text{ Дж/(кг}\cdot℃) \cdot 0{,}06 \text{ кг} \cdot 26\,℃ =$$

$$= 7392 \text{ Дж} - 6552 \text{ Дж} = 840 \text{ Дж} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad M = \frac{840 \text{ Дж}}{c_{ал} \cdot 26\,℃} = \frac{840 \text{ Дж}}{920 \text{ Дж/(кг}\cdot℃) \cdot 26\,℃} \approx 0{,}035 \text{ кг}.$$

**Критерии:**

Записано выражение для $Q_{отд}$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

Записано выражение для $Q_{\text{пол}}$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Записано уравнение для нахожения $M$ (уравнение теплового баланса) . . . . . . . . . 3 балла
Найдена масса калориметра . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 8.4. Сплошной и полый.**
На концах невесомого рычага подвешены два алюминиевых шарика одинакового объёма: один сплошной, а другой — полый (рис. 8.2). Оба шарика полностью погружены в воду. Какую долю объёма полого шарика занимает его полость? Плотность алюминия равна 2700 кг/м$^3$, плотность воды — 1000 кг/м$^3$. Для удобства рычаг разделён штрихами на 7 равных частей.

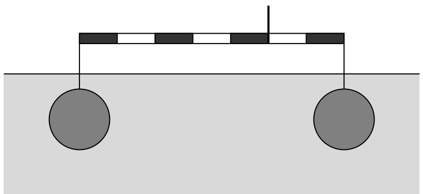


Рис. 8.2.

**Ответ:** 17/45 ≈ 38%.

**Решение:** Пусть $V$ — полный объём шарика, а $V_{\text{ст}}$ — объём стенок у того шарика, что имеет полость (то есть, у левого). Запишем выражение для веса шариков в воде:

$$P_{\text{л}} = m_{\text{л}}g - \rho_{\text{в}}gV = \rho_{\text{ал}}gV_{\text{ст}} - \rho_{\text{в}}gV \qquad \text{(левый шарик)},$$

$$P_{\text{п}} = m_{\text{п}}g - \rho_{\text{в}}gV = (\rho_{\text{ал}} - \rho_{\text{в}})gV \qquad \text{(правый шарик)}.$$

Согласно правилу моментов, ве́сы в воде левого и правого шарика относятся как 2 : 5. Отсюда получаем, что

$$5P_{\text{л}} = 2P_{\text{п}} \quad \Rightarrow \quad 5(\rho_{\text{ал}}gV_{\text{ст}} - \rho_{\text{в}}gV) = 2(\rho_{\text{ал}} - \rho_{\text{в}})gV \quad \Rightarrow \quad 5\rho_{\text{ал}}V_{\text{ст}} = (2\rho_{\text{ал}} + 3\rho_{\text{в}})V \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad V_{\text{ст}} = \frac{(2\rho_{\text{ал}} + 3\rho_{\text{в}})V}{5\rho_{\text{ал}}} = \frac{(2\cdot 2700 + 3\cdot 1000)V}{5\cdot 2700} = \frac{28V}{45}.$$

Следовательно, объём полости составляет $V_{\text{пол}} = V - V_{\text{ст}} = 17V/45 \approx 0{,}38V$.

**Критерии:**
Записано выражение для веса в воде левого шарика . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Записано выражение для веса в воде правого шарика . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано правило моментов . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено $V_{\text{пол}}/V$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 8 классе . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 40

## 9 класс

**Задача 9.1. Водоплавающий алюминий.**
Для того, чтобы удержать полый алюминиевый шарик объёмом 162 см$^3$ полностью погружённым в воду, нужно на него **давить вниз** с силой, вдвое большей веса этого шарика в воздухе. Каков объём полости шарика? Плотность алюминия равна 2700 кг/м$^3$, плотность воды — 1000 кг/м$^3$.

**Ответ:** 142 см$^3$.

**Решение:** Пусть $V$ — полный объём шарика, а $V_{\text{ст}}$ — объём его стенок. Вес шарика в воздухе равен

$$P_{\text{возд}} = mg = \rho_{\text{ал}} g V_{\text{ст}}.$$

Сила, которую нужно приложить к шарику, чтобы удержать его под водой, равна разности действующих на него силы Архимеда и силы тяжести:

$$F = \rho_{\text{в}} g V - mg = \rho_{\text{в}} g V - \rho_{\text{ал}} g V_{\text{ст}}.$$

По условию, $F = 2P_{\text{в}}$, следовательно,

$$\rho_{\text{в}} g V - \rho_{\text{ал}} g V_{\text{ст}} = 2\rho_{\text{ал}} g V_{\text{ст}} \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{в}} g V = 3\rho_{\text{ал}} g V_{\text{ст}} \quad \Rightarrow$$

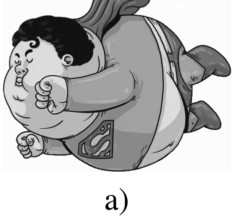
$$\Rightarrow \quad V_{\text{ст}} = \frac{\rho_{\text{в}} V}{3\rho_{\text{ал}}} = \frac{1\ \text{г/см}^3 \cdot 162\ \text{см}^3}{3 \cdot 2{,}7\ \text{г/см}^3} = 20\ \text{см}^3.$$

Отсюда находим, что $V_{\text{пол}} = V - V_{\text{ст}} = 142$ см$^3$.

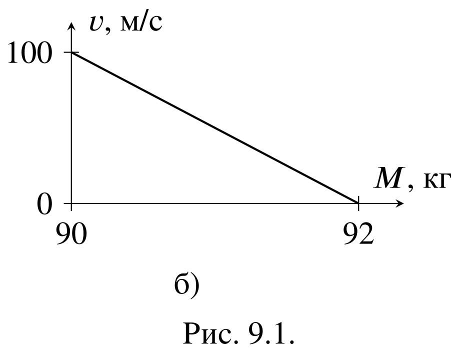
**Критерии:**
Записано выражение для веса в воздухе . . . . . 1 балл
Записано выражение для силы $F$ . . . . . 4 балла
Найден объём стенок . . . . . 3 балла
Найден объём полости . . . . . 2 балла

---

**Задача 9.2. После карантина.**
Супермен, навестив свою бабушку и захватив с собой корзину с пирожками, полетел обратно домой (рис. 9.1а). В полёте он непрерывно поедал гостинцы со скоростью 2 пирожка в минуту, отчего скорость его полёта постепенно уменьшалась. График зависимости скорости полёта Супермена $v$ от массы его тела $M$ приведён на рис. 9.1б. Какое максимальное расстояние сможет пролететь супергерой, если масса Супермена перед вылетом от бабушки равна 90 кг, а масса одного пирожка равна $m = 80$ г?



а)




б)

Рис. 9.1.

**Ответ:** 37,5 км.

**Решение:** Так как Супермен ест пирожки с постоянной скоростью, его масса линейно возрастает со временем. Из это следует, что движение героя является равнозамедленным. Найдём время всего полёта Супермена:

$$t = \frac{2\text{ кг}}{0{,}08\text{ кг}\cdot 2\text{ шт/мин}} = 12{,}5\text{ мин} = 750\text{ с}.$$

*Вариант решения №1.* Определим модуль ускорения Супермена:

$$a = \frac{v_{max}}{t} = \frac{100\text{ м/с}}{750\ c} = \frac{2}{15}\ \frac{\text{м}}{\text{с}^2}.$$

Отсюда получаем, что до своей остановки герой пролетел

$$s = \frac{v_{max}^2}{2a} = \frac{(100\text{ м/с})^2}{2\cdot 2/15\text{ м/с}^2} = 37500\text{ м}.$$

*Вариант решения №2.* Определим расстояние, пройденное Суперменом, как площадь под графиком зависимости скорости от времени:

$$s = \frac{(v_{max}+0)t}{2} = \frac{1}{2}\cdot 100\text{ м/с}\cdot 750\text{ с} = 37500\text{ м}.$$

**Критерии:**

*Вариант №1*

Обосновано, что Супермен движется с постоянным ускорением . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Найдено время движения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено ускорение . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено пройденное расстояние . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла

*Вариант №2*

Обосновано, что Супермен движется с постоянным ускорением . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Найдено время движения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено пройденное расстояние . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5 баллов

---

**Задача 9.3. Пять резисторов.**

Цепь, изображённая на рис. 9.2, состоит из пяти одинаковых резисторов, источника постоянного напряжения и амперметра с вольтметром. Определите напряжение источника $U_0$ и сопротивление $R$, если амперметр показывает 20 мА, а вольтметр — 4,5 В. Все приборы считать идеальными.

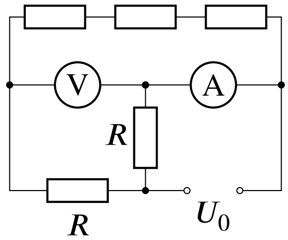



Рис. 9.2.

**Ответ:** 6 В, 300 Ом.

**Решение:** Поскольку идеальный амперметр имеет нулевое сопротивление, а идеальный вольтметр — бесконечное, то в цепи, изображённой на рис. 9.2, вертикальный резистор включён параллельно источнику, левый нижний резистор — последовательно остальным трём, а все они вчетвером — тоже параллельны источнику. Вольтметр, при этом, показывает напряжение на трёх верхних резисторах.

Для удобства перерисуем цепь (рис. 9.3). Пусть $I_A$ — сила тока, текущего через амперметр. Тогда $U_0 = I_A R$, а ток в верхней части цепи, соответственно, равен $I_2 = U_0/(4R) = I_A/4$. Напряжение, которое показывает вольтметр, равно

$$U_V = I_2 \cdot 3R = \frac{3}{4} I_A R = \frac{3}{4} U_0.$$

Так как $U_V = 4{,}5$ В, получаем, что $U_0 = 4U_V/3 = 6$ В. Отсюда следует, что

$$R = \frac{U_0}{I_A} = \frac{6\text{ В}}{0{,}02\text{ А}} = 300\text{ Ом}.$$

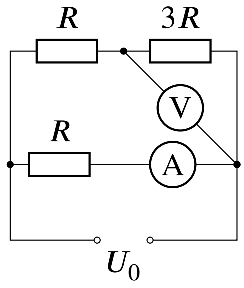



Рис. 9.3.

**Критерии:**

Записана формула $U_0 = I_A R$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Получена связь между $U_V$ и $U_0$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5 баллов
Найдено напряжение $U_0$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Найдено сопротивление $R$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 9.4. Двусоставный стержень.**

Стержень постоянного сечения, одна часть которого изготовлена из дерева, а другая из чугуна, уравновешен на опоре. Длина деревянной части стержня равна 1,5 м, длина чугунной — 10 см. На каком расстоянии от места соединения двух частей должна находиться опора? Плотность дерева равна 700 кг/м$^3$, плотность чугуна — 7000 кг/м$^3$.

**Ответ:** 43 см.

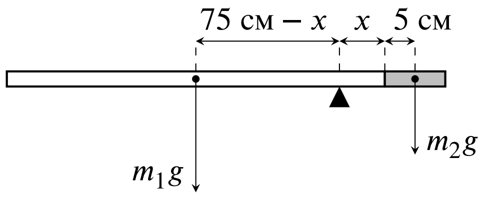



Рис. 9.4.

**Решение:** Пусть $x$ — искомое расстояние. Сделаем рисунок (рис. 9.4) и запишем правило моментов относительно точки опоры:

$$m_1 g(75\text{ см} - x) = m_2 g(x + 5\text{ см}),$$

где $m_1$ — масса деревянной части, а $m_2$ — масса чугунной. Если $S$ — площадь поперечного сечения, то

$$m_1 = \rho_д S \cdot 150\text{ см}, \qquad m_2 = \rho_ч S \cdot 10\text{ см}.$$

Подставим эти выражения в уравнение:

$$\rho_д S \cdot 150\text{ см} \cdot g(75\text{ см} - x) = \rho_ч S \cdot 10\text{ см} \cdot g(x + 5\text{ см}) \Rightarrow \rho_д \cdot 15 \cdot (75\text{ см} - x) = \rho_ч \cdot (x + 5\text{ см}) \Rightarrow$$

$$\Rightarrow 0{,}7\text{ г/см}^3 \cdot 15 \cdot (75\text{ см} - x) = 7\text{ г/см}^3 \cdot (x + 5\text{ см}) \Rightarrow x = 43\text{ см}.$$

**Критерии:**

Записано выражение для $m_1$ . . . . . . . . . . 1 балл
Записано выражение для $m_2$ . . . . . . . . . . 1 балл
Записано правило моментов . . . . . . . . . . 5 баллов
Найдена величина $x$ . . . . . . . . . . 3 балла

---

**Задача 9.5. Переливание воды-2.**

У мальчика Паши есть два одинаковых калориметра. В первом из них находится в тепловом равновесии 25 г льда при температуре 0 ℃, а во втором — 50 г воды при температуре 60 ℃. Воду из второго калориметра он перелил в первый калориметр, и в нём установилась температура 10 ℃. После этого Паша повторил эксперимент с теми же количествами льда и воды при тех же начальных условиях, но теперь пересыпав лёд из первого калориметра во второй. Какая температура установится во втором калориметре в этом случае? Удельная теплоёмкость воды равна 4200 Дж/(кг·℃), удельная теплота плавления льда — 330 кДж/кг. Теплообменом с окружающей средой пренебречь.

**Ответ:** 26,6 ℃.

**Решение:** Пусть $C$ — теплоёмкость калориметра. Запишем уравнение теплового баланса для первого эксперимента:

$$C \cdot (10\,℃ - 0\,℃) + \lambda \cdot 25\text{ г} + c_\text{в} \cdot 25\text{ г} \cdot (10\,℃ - 0\,℃) = c_\text{в} \cdot 50\text{ г} \cdot (60\,℃ - 10\,℃).$$

Подставляя табличные данные, находим, что

$$C \cdot 10\,℃ + 8250\text{ Дж} + 1050\text{ Дж} = 10500\text{ Дж} \quad \Rightarrow \quad C = 120\text{ Дж}/℃.$$

Запишем теперь уравнение теплового баланса для второго эксперимента. Пусть $t$ — конечная температура в калориметре. Тогда

$$C \cdot (60\,℃ - t) + c_\text{в} \cdot 50\text{ г} \cdot (60\,℃ - t) = \lambda \cdot 25\text{ г} + c_\text{в} \cdot 25\text{ г} \cdot (t - 0\,℃).$$

Отсюда находим $t$:

$$(C + c_\text{в} \cdot 50\text{ г}) \cdot 60\,℃ - \lambda \cdot 25\text{ г} = (c_\text{в} \cdot 25\text{ г} + c_\text{в} \cdot 50\text{ г} + C) \cdot t \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad t = \frac{(C + c_\text{в} \cdot 50\text{ г}) \cdot 60\,℃ - \lambda \cdot 25\text{ г}}{c_\text{в} \cdot 75\text{ г} + C} = \frac{19800\text{ Дж} - 8250\text{ Дж}}{435\text{ Дж}/℃} \approx 26{,}6\,℃.$$

**Критерии:**

Записано уравнение теплового баланса в первом случае . . . . . . . . . . 3 балла
Найдена теплоёмкость калориметра или аналогичный параметр . . . . . . . . . . 2 балла
Записано уравнение теплового баланса во втором случае . . . . . . . . . . 3 балла
Найдено значение установившейся температуры . . . . . . . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 9 классе . . . . . . . . . . 50

## 10 класс

### Задача 10.1. Кидаем вверх.

С какой начальной скоростью нужно бросить вертикально вверх тело, чтобы модуль его перемещения за первую секунду и за первые две секунды (от момента броска) был одинаковым? Рассмотрите все возможные варианты. Сопротивлением воздуха пренебречь. Ускорение свободного падения принять равным 10 м/с$^2$.

**Ответ:** 15 м/с или 8,3 м/с.

**Решение:** Пусть $v$ — начальная скорость тела. Запишем выражения для перемещения тела за 1 с и за 2 с от момента броска:

$$s_1 = v \cdot 1\ \text{с} - \frac{g(1\ \text{с})^2}{2}, \qquad s_2 = v \cdot 2\ \text{с} - \frac{g(2\ \text{с})^2}{2}.$$

В первом случае, когда $s_1 = s_2$, получаем

$$v \cdot 1\ \text{с} - \frac{g(1\ \text{с})^2}{2} = v \cdot 2\ \text{с} - \frac{g(2\ \text{с})^2}{2} \quad \Rightarrow \quad v \cdot 1\ \text{с} - 5\ \text{м} = v \cdot 2\ \text{с} - 20\ \text{м} \quad \Rightarrow \quad v = 15\ \text{м/с}.$$

Во втором случае $s1 = -s2$, поэтому

$$v \cdot 1\ \text{с} - \frac{g(1\ \text{с})^2}{2} = -v \cdot 2\ \text{с} + \frac{g(2\ \text{с})^2}{2} \Rightarrow v \cdot 1\ \text{с} - 5\ \text{м} = -v \cdot 2\ \text{с} + 20\ \text{м} \Rightarrow v = \frac{25}{3}\ \text{м/с} \approx 8{,}3\ \text{м/с}.$$

**Критерии:**

Записано выражение для перемещения за 1 с . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Записано выражение для перемещения за 2 с . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 1 балл
Найдена начальная скорость в случае $s_1 = s_2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Найдена начальная скорость в случае $s_1 = -s_2$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5 баллов

---

### Задача 10.2. На дне и на плаву.

Два сплошных кубика, связанных нитью, находятся в неизвестной жидкости (рис. 10.1). Верхний кубик сделан из дерева с плотностью 600 кг/м$^3$ и погружен в жидкость на 3/4 своего объёма. Нижний кубик сделан из стали (плотность 7800 кг/м$^3$), и длина его ребра в два раза меньше длины ребра верхнего. Определите плотность неизвестной жидкости, если сила давления нижнего кубика на дно в 1,75 раз больше силы натяжения нити. Нить считать невесомой и нерастяжимой.

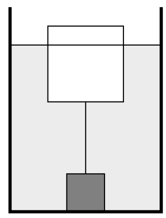


Рис. 10.1.

**Ответ:** 1200 кг/м$^3$.

**Решение:** Пусть $T$ — сила натяжения нити. Тогда сила давления нижнего кубика на дно, а следовательно, и сила, с которой дно действует на нижний кубик, равна $7T/4$. Запишем условия равновесия кубиков, учитывая, что объём верхнего равен $V$, а нижнего — $V/8$:

$$\rho_{\text{ж}} g \cdot 3V/4 = \rho_{\text{д}} gV + T \qquad \text{(верхний кубик)},$$

$$T + 7T/4 + \rho_{\text{ж}} g \cdot V/8 = \rho_{\text{ст}} g \cdot V/8 \qquad \text{(нижний кубик)}.$$

Преобразуя их, получим

$$\begin{cases} \left(3\rho_{\text{ж}}/4 - \rho_{\text{д}}\right) gV = T, \\ \left(\rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ж}}\right) gV/8 = 11T/4. \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{ст}} - \rho_{\text{ж}} = 22\left(3\rho_{\text{ж}}/4 - \rho_{\text{д}}\right) \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \frac{35}{2}\rho_{\text{ж}} = \rho_{\text{ст}} + 22\rho_{\text{д}} \quad \Rightarrow \quad \rho_{\text{ж}} = \frac{2}{35}\left(\rho_{\text{ст}} + 22\rho_{\text{д}}\right) = 1200\ \text{кг/м}^3.$$

**Критерии:**

Записано первое условие равновесия . . . 3 балла
Записано второе условие равновесия . . . 3 балла
Найдена плотность неизвестной жидкости . . . 4 балла

---

**Задача 10.3. Бусинка на пружине.**

Бусинка массой $m = 10$ г, находящаяся на гладкой горизонтальной поверхности, вращается вокруг вертикальной оси $O$, с которой она соединена с помощью невесомой пружины жёсткости $k = 64$ Н/м (на рис. 10.2 изображён вид сверху). Какое количество оборотов **за минуту** делает бусинка, если её скорость равна $v = 8$ м/с, а длина пружины в нерастянутом состоянии $L = 15$ см? Сопротивление воздуха не учитывать.

**Ответ:** 382.

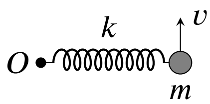


Рис. 10.2.

**Решение:** Допустим, во время вращения пружина растянулась на $x$. Тогда сила упругости, обеспечивающая центростремительное ускорение, равна $kx$, а радиус окружности, по которой движется бусинка, равен $L + x$. Запишем 2й закон Ньютона для бусинки:

$$\frac{mv^2}{L+x} = kx \quad \Rightarrow \quad x(L+x) = \frac{mv^2}{k} = \frac{0{,}01 \text{ кг} \cdot (8 \text{ м/с})^2}{64 \text{ Н/м}} = 0{,}01 \text{ м}^2.$$

Решая полученное уравнение и отбрасывая отрицательный корень, находим $x$:

$$x(0{,}15 \text{ м} + x) = 0{,}01 \text{ м}^2 \quad \Rightarrow \quad x = 0{,}05 \text{ м}.$$

Чтобы найти количество оборотов, сделанных бусинкой, разделим путь, пройденный ею за 60 с, на длину описываемой окружности

$$N = \frac{v \cdot 60 \text{ с}}{2\pi(L+x)} = \frac{8 \text{ м/с} \cdot 60 \text{ с}}{6{,}28 \cdot 0{,}2 \text{ м}} \approx 382.$$

**Критерии:**

Записан 2й закон Ньютона . . . 3 балла
Найдено удлинение пружины . . . 3 балла
Записано верное выражение для количества оборотов . . . 3 балла
Найдено числовое значение $N$ . . . 1 балл

---

**Задача 10.4. Лёд под поршнем.**

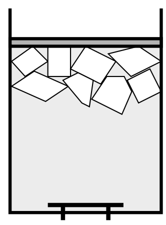


Рис. 10.3.

В теплоизолированном цилиндрическом сосуде под поршнем находится смесь воды и льда при температуре 0 ℃ (рис. 10.3). Вблизи дна сосуда находится нагревательный элемент. Какова его мощность $P$, если в процессе работы нагревателя поршень опускается со скоростью $v = 2$ мм/мин? Площадь поршня $S = 100$ см$^2$. Плотность воды равна 1000 кг/м$^3$, льда — 900 кг/м$^3$, удельная теплота плавления льда — 330 кДж/кг. Поршень прилегает вплотную к поверхности воды.

**Ответ:** 990 Вт.

**Решение:** Поршень опускается из-за того, что лёд при плавлении «сжимается», превращаясь в воду. Пусть нагреватель мощностью $P$ работал в течение времени $t$. За это время расплавится лёд массой $m = Pt/\lambda$. Объём содержимого при этом уменьшится на

$$\Delta V = \frac{m}{\rho_л} - \frac{m}{\rho_в} = \frac{Pt}{\lambda} \cdot \frac{(\rho_в - \rho_л)}{\rho_в \rho_л}.$$

С другой стороны, $\Delta V = vtS$. Приравнивая, получаем, что

$$vtS = \frac{Pt}{\lambda} \cdot \frac{(\rho_в - \rho_л)}{\rho_в \rho_л} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad P = \frac{vS\lambda\rho_в\rho_л}{\rho_в - \rho_л} = \frac{0{,}002}{60}\ м/с \cdot \frac{0{,}01\ м^2 \cdot 330000\ Дж/кг \cdot 1000\ кг/м^3 \cdot 900\ кг/м^3}{100\ кг/м^3} = 990\ Вт.$$

**Критерии:**

Найдена масса расплавившегося льда за время $t$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано изменение объёма расплавившегося льда . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записана связь $\Delta V$ и скорости . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Получена формула для мощности . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Получено числовое значение мощности . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 10.5. Чёрный ящик.**

Десятиклассник Паша исследовал «чёрный ящик», содержащий батарейку, последовательно соединённую с резистором, с помощью двух **одинаковых** вольтметров. Когда он подключил к выводам «чёрного ящика» один вольтметр (рис. 10.4а), тот показал напряжение $U_1 = 3{,}9$ В. Когда же он подключил к этим выводам ещё один вольтметр (параллельно первому, см. рис. 10.4б), то каждый из них стал показывать напряжение $U_2 = 2{,}4$ В. Какое напряжение покажут эти вольтметры, если их соединить последовательно и подключить к выводам такого «чёрного ящика» (рис. 10.4в)? Напряжение на батарейке «чёрного ящика» в течение эксперимента не изменяется.

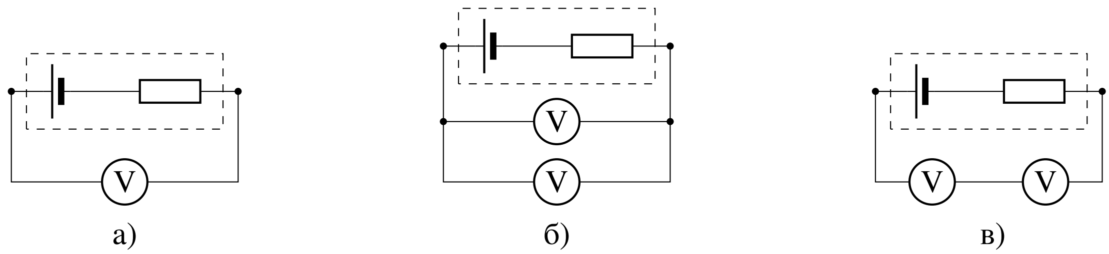



Рис. 10.4.

**Ответ:** 2,84 В.

**Решение:** Заметим, что описанная в задаче ситуация невозможна, если вольтметр идеальный. Пусть напряжение на батарейке равно $U_0$, сопротивление резистора внутри чёрного ящика — $r$, а внутреннее сопротивление вольтметра — $R_V$. В первом случае ток в цепи равен $I_1 = U_0/(r + R_V)$, поэтому напряжение на вольтметре $U_1 = I_1 R_V = U_0 R_V/(r + R_V)$. Во втором случае

$$U_2 = \frac{U_0 R_V/2}{r + R_V/2} = \frac{U_0 R_V}{2r + R_V}.$$

Подставим числовые значения из условия:

$$\begin{cases} U_0 R_V/(r + R_V) = 3{,}9\ В, \\ U_0 R_V/(2r + R_V) = 2{,}4\ В \end{cases} \quad \Rightarrow \quad \frac{2r + R_V}{r + R_V} = \frac{39}{24} \quad \Rightarrow \quad r = \frac{5R_V}{3}.$$

Отсюда получаем, что

$$U_1 = \frac{U_0 R_V}{r + R_V} = \frac{3U_0}{8} \quad \Rightarrow \quad U_0 = \frac{8U_1}{3} = 10{,}4\ В.$$

В третьем случае ток в цепи равен $I_3 = U_0/(r + 2R_V) = 3U_0/(11R_V)$. Поэтому напряжение на любом из вольтметров должно быть равно

$$U_3 = I_3 R_V = \frac{3U_0}{11} = \frac{3 \cdot 10{,}4\text{ В}}{11} \approx 2{,}84\text{ В.}$$

**Критерии:**

Записано выражение для напряжения на вольтметре в первом случае . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано выражение для напряжения на вольтметре во втором случае . . . . . . . . . . 2 балла
Найдена связь между сопротивлением в черном ящике и $R_V$ . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записано выражение для напряжения на батарейке (через данные в условии) . . . . . 1 балл
Найдено напряжение на вольтметре в третьем случае . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла

Максимально возможный балл в 10 классе . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 50

## 11 класс

**Задача 11.1. Под натяжением.**

Через блок перекинута нить, к обоим концам которой привязаны грузы массой $M$. К одному из этих грузов с помощью второй нити снизу прикреплён груз массой $m$ (см. рис. 11.1).

1. Чему должно быть равно отношение $M/m$, чтобы при движении системы сила натяжения нити, связывающей грузы с массами $m$ и $M$, была в три раза меньше силы натяжения нити, перекинутой через блок?

2. Каково при этом ускорение грузов?

Все нити невесомы и нерастяжимы. Трением и сопротивлением воздуха пренебречь.

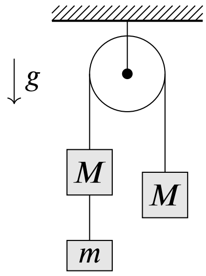



Рис. 11.1.

**Ответ:** 1. $M/m = 2$; 2. $a = g/5$.

**Решение:** Пусть $T$ — сила натяжения нити между грузами $m$ и $M$. Тогда сила натяжения нити, перекинутой через блок, равна $3T$. Запишем 2й закон Ньютона для каждого из грузов ($a$ — их ускорение):

$$ma = mg - T \qquad \text{(нижний левый груз)},$$

$$Ma = Mg + T - 3T \qquad \text{(верхний левый груз)},$$

$$Ma = 3T - Mg \qquad \text{(правый груз)}.$$

Из первых двух уравнений получаем

$$\begin{cases} T = m(g-a), \\ 2T = M(g-a) \end{cases} \quad \Rightarrow \quad 2 = \frac{M(g-a)}{m(g-a)} = \frac{M}{m}.$$

Из третьего уравнения находим, что

$$3T = M(g+a) \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}M(g-a) = M(g+a) \quad \Rightarrow \quad \frac{3}{2}(g-a) = g+a \quad \Rightarrow \quad a = \frac{g}{5}.$$

**Критерии:**

Записан 2й закон Ньютона для первого груза . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записан 2й закон Ньютона для второго груза . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записан 2й закон Ньютона для третьего груза . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено отношение $M/m$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено ускорение системы . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 11.2. Сложная цепь.**

Электрическая цепь, изображённая на рис. 11.2, состоит из резисторов $R_1 = 100$ Ом и $R_2 = 300$ Ом, идеального источника с ЭДС $\mathscr{E} = 1{,}4$ В и двух идеальных амперметров. Определите показания этих амперметров.

**Ответ:** $I_1 = 2$ мА, $I_2 = 18$ мА.

**Решение:** Для удобства, перерисуем электрическую цепь (рис. 11.3). Сопротивление верхней ветви равно

$$R_{\text{верх}} = R_1 + \frac{R_2}{2} + R_1 = 350 \text{ Ом}.$$

Сила тока, текущего в ней через резистор $R_1$, следовательно, $I_{\text{верх}} = \mathscr{E}/R_{\text{верх}} = 0{,}004$ А, а первый амперметр показывает силу тока $I_1 = I_{\text{верх}}/2 = 2$ мА. Через резистор $R_1$ в средней ветви течёт ток $I_{\text{сред}} = \mathscr{E}/R_1 = 0{,}014$ А. Отсюда находим, что второй амперметр показывает силу тока

$$I_2 = I_{\text{верх}} + I_{\text{сред}} = 18 \text{ мА}.$$

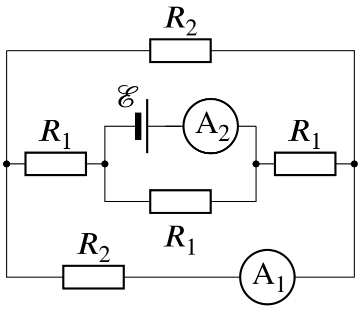



Рис. 11.2.

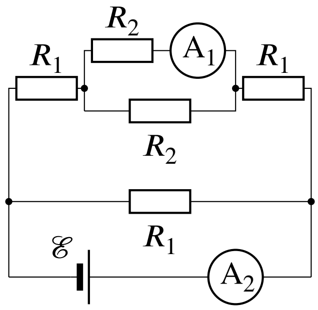



Рис. 11.3.

**Критерии:**

Найден ток через резистор $R_1$, параллельный источнику . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найден ток через остальные резисторы $R_1$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Найдено показание первого амперметра . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено показание второго амперметра . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла

---

**Задача 11.3. Разность уровней.**
Цилиндрическую трубку длиной $L = 30$ см, запаянную с одного конца, медленно погрузили в вертикальном положении открытым концом в сосуд со ртутью. В результате её верхний конец оказался вровень с поверхностью жидкости в сосуде (см. рис. 11.4). Определите разность уровней ртути $h$ вне и внутри трубки? Атмосферное давление равно $p_0 = 750$ мм рт. ст. Толщиной стенок трубки пренебречь. Капиллярные эффекты не учитывать.

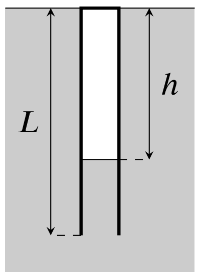



Рис. 11.4.

**Ответ:** 23 см.

**Решение:** Пусть $S$ — площадь сечения трубки. До погружения воздух внутри трубки занимал объём $SL$ при давлении $p_0$. После погружения объём воздуха стал равен $Sh$, а давление — $p = p_0 + \rho_{\text{рт}} gh$. Так как погружение происходит медленно, из-за хорошей теплопроводности ртути процесс можно считать изотермическим. Запишем закон Бойля–Мариотта:

$$p_0 SL = (p_0 + \rho_{\text{рт}} gh)Sh \quad \Rightarrow \quad p_0 L = (p_0 + \rho_{\text{рт}} gh)h.$$

Используя то, что $p_0 = \rho_{\text{рт}} g \cdot 75$ см, получаем

$$75 \text{ см} \cdot 30 \text{ см} = (75 \text{ см} + h)h \quad \Rightarrow \quad h^2 + 75 \text{ см} \cdot h - 75 \text{ см} \cdot 30 \text{ см} = 0.$$

Отсюда, решая уравнение и отбрасывая отрицательный корень, находим, что

$$h = \frac{-75 \text{ см} + \sqrt{(75 \text{ см})^2 + 4 \cdot 75 \text{ см} \cdot 30 \text{ см}}}{2} \approx 23 \text{ см}.$$

**Критерии:**

Найдено давление воздуха после погружения . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записан закон Бойля-Мариотта . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 4 балла
Получено верное уравнение за величину $h$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Найдено значение $h$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 11.4. Максимальная деформация.**
На гладком горизонтальном столе покоится система из двух брусков с массами $4m$ и $2m$, связанными между собой лёгкой пружиной. Вдоль поверхности стола со скоростью $v$ летит шарик массой $m$ (рис. 11.5), ударяется в правый брусок и прилипает к нему. Каково максимальное сжатие пружины в процессе дальнейшего движения системы? Коэффициент жёсткости пружины равен $k$. Сопротивлением воздуха пренебречь.

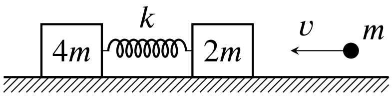



Рис. 11.5.

**Ответ:** $x_{max} = \sqrt{4mv^2/(21k)}$.

**Решение:** Сначала рассмотрим неупругое столкновение шарика и правого бруска и найдём их скорость после удара $u$:

$$mv = 3mu \quad \Rightarrow \quad u = \frac{v}{3}.$$

В ходе дальнейшего движения системы пружина будет сжата максимально, когда скорости брусков сравняются (обозначим эту скорость $v'$). Запишем закон сохранения импульса

$$3mu = (3m + 4m)v' \quad \Rightarrow \quad v' = \frac{3u}{7} = \frac{v}{7}$$

и закон сохранения энергии

$$\frac{3mu^2}{2} = \frac{(3m + 4m)(v')^2}{2} + \frac{kx_{max}^2}{2}.$$

Отсюда получаем, что

$$kx_{max}^2 = 3mu^2 - 7m(v')^2 = \frac{mv^2}{3} - \frac{mv^2}{7} = \frac{4mv^2}{21} \quad \Rightarrow \quad x_{max} = \sqrt{\frac{4mv^2}{21k}}.$$

**Критерии:**

Найдена скорость правого бруска с прилипшим шариком . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Указано, что максимальное сжатие пружины будет при равных скоростях брусков . . 1 балл
Найдена скорость брусков при максимальном сжатии пружины . . . . . . . . . . . . . . 2 балла
Записан закон сохранения энергии . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балла
Найдено $x_{max}$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

---

**Задача 11.5. Подзаряженный конденсатор.**

В цепи, состоящей из последовательно соединённых батарейки с ЭДС $\mathscr{E}$, двух конденсаторов ёмкостью $C$ и $2C$ и ключа $K$, ключ сначала разомкнут, а конденсатор $C$ заряжен до напряжения $\mathscr{E}$ (полярность указана на рис. 11.6). Определите заряды, которые установятся на конденсаторах после замыкания ключа.

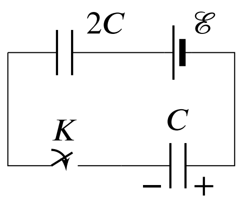



Рис. 11.6.

**Ответ:** $q_1 = C\mathscr{E}/3$, $q_2 = 4C\mathscr{E}/3$.

**Решение:** Пусть $q_1$ — заряд, установившийся на конденсаторе ёмкостью $C$, а $q_2$ — на конденсаторе $2C$. Сумма напряжений на них должна быть равна $\mathscr{E}$:

$$\frac{q_1}{C} + \frac{q_2}{2C} = \mathscr{E} \quad \Rightarrow \quad 2q_1 + q_2 = 2C\mathscr{E}.$$

Суммарный заряд на левых (по рисунку) обкладках конденсаторов должен остаться равным начальному заряду левой обкладки конденсатора $C$, то есть $-C\mathscr{E}$. Поэтому

$$q_1 + (-q_2) = -C\mathscr{E}.$$

Из полученных соотношений находим, что

$$\begin{cases} 2q_1 + q_2 = 2C\mathscr{E}, \\ q_1 - q_2 = -C\mathscr{E} \end{cases} \Rightarrow \quad q_1 = \frac{C\mathscr{E}}{3},\ q_2 = \frac{4C\mathscr{E}}{3}.$$

**Критерии:**

Записано уравнение $q_1/C + q_2/2C = \mathscr{E}$ или его аналог . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 3 балл
Записано уравнение $q_1 - q_2 = -C\mathscr{E}$ . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 5 баллов
Найдены значения установившихся зарядов . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 2 балла

Максимально возможный балл в 11 классе . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . . 50