

**Демонстрационный вариант
экзаменационной работы по математике для 10 класса**

1.

В равнобедренном треугольнике ABC ($AB = BC$) на стороне AC выбрана точка D , причем $AD = a$, $DC = b$. В треугольники ABD и DBC вписаны окружности. Первая окружность касается BD в точке E , а вторая — в точке F . Найдите расстояние между E и F .

2.

В равнобедренном треугольнике ABC $AB = BC = 5$ см, $AC = 6$ см, BD и AK — высоты.

- 1) Найдите площадь треугольника ABC и $\sin \angle ABC$.
- 2) Докажите, что треугольники AKC и BDC подобны и найдите длину CK .
- 3) Найдите длину окружности, описанной около треугольника ABC .
- 4) Разложите вектор \overrightarrow{AK} по векторам \overrightarrow{AC} и \overrightarrow{CB} .
- 5) Вычислите: $(\overrightarrow{BA} + \overrightarrow{BC}) \cdot \overrightarrow{AC}$.

3.

Пусть CD — диаметр окружности с центром в точке O и AB — параллельная этому диаметру хорда. На диаметре CD выбрана точка M . Докажите, что сумма $MA^2 + MB^2$ не зависит от положения хорды AB .

4.

Постройте график функции $y = \frac{(x^2 - x - 6)(x^2 - 4x - 5)}{x^2 - 2x - 3}$ и

определите, при каких значениях m прямая $y = m$ имеет с графиком ровно одну общую точку.

5.

Семь экспертов оценивают кинофильм. Каждый из них выставляет оценку — целое число баллов от 0 до 10 включительно. Известно, что все эксперты выставляли различные оценки. По старой системе оценивания рейтинг кинофильмов — это среднее арифметическое всех оценок экспертов. По новой системе оценивания рейтинг кинофильма оценивается следующим образом: отбрасываются наибольшая и наименьшая оценки и подсчитывается среднее арифметическое оставшихся оценок. Найдите наибольшее возможное значение разности рейтингов, вычисленных по старой и новой системам оценивания.

6.

Решите в действительных числах систему уравнений

$$\begin{cases} \frac{1}{x} + y + z = 3 \\ \frac{1}{y} + z + x = 3 \\ \frac{1}{z} + x + y = 3 \end{cases}$$