

21 апреля

Записываем урок. Разбираем задачи.

Тема урока:

Решение задач на нахождение площади боковой поверхности пирамиды

Цель урока: развитие личности учащегося на основе усвоения предметных знаний.

Задачи урока:

- формирование обобщенных навыков приемов решения задач; формирование навыков построения высоты пирамиды; рассмотрение случаев расположения проекции вершин неправильной пирамиды.
- развитие пространственного воображения, развитие общих приемов мыслительной деятельности; развитие логического мышления.
- воспитание аккуратности при выполнении чертежей, воспитание конструктивных умений, аргументированности, поиск решения в проблемной ситуации.

Планируемые результаты:

Знать: элементы пирамиды, виды пирамид.

Уметь: использовать при решении задач планиметрические факты, вычислять площадь полной поверхности правильной пирамиды.

Техническое обеспечение урока:

Содержание урока

1. Мотивация и стимулирование учебной деятельности.

2. Актуализация опорных знаний.

- Какая пирамида называется правильной?
- Являются ли равными боковые ребра правильной пирамиды?
- Чем являются боковые грани правильной пирамиды?
- Что называется апофемой?
- В основании пирамиды – прямоугольный треугольник. Сколько апофем у этой пирамиды?
- Сколько высот у пирамиды?
- Сколько апофем у правильной пирамиды?

3. Постановка целей и задач урока.

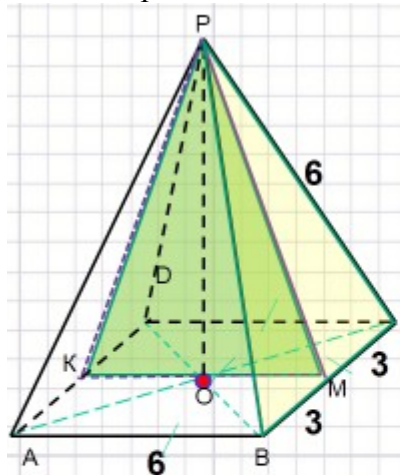
- Ребята! Сформулируйте тему нашего урока.

- Какие цели поставим перед собой?

4. Первичное закрепление.

Задача № 259

‘В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а угол наклона боковой грани к плоскости основания равен 60° . Найдите боковое ребро пирамиды.



Решение.

1) Построим осевое сечение KPM, где $OM \perp BC$. По теореме о трех перпендикулярах $PM \perp BC$.

$\angle PMK = 60^\circ$ – линейный угол между боковой гранью и основанием.

(В прав. пирам. все двугран. углы при основании равны)

2) P. KPM – равнобедр. $\angle M = \angle K = 60^\circ \Rightarrow$

ΔKPM - равностор. $\Rightarrow KM = KP = PM = 6$.

(Т.к. ABCD – квадрат => KM= BA) .

*2) Р. Δ BPC – равнобедр. PM – высота = >

PM – медиана и BM = MC = 3 .

3) Р.Δ BMP, ∠ M=90°, BM= 3, PB = 6.

По т. Пифагора $PB = \sqrt{45} = 3\sqrt{5}$

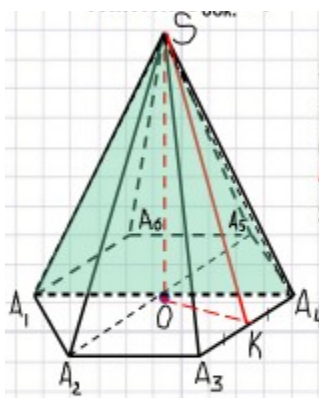
Ответ : $3\sqrt{5}$

5. Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации (проблемное задание)

Упражнения.

Решить задачу № 264

Найдите площадь боковой поверхности правильной шестиугольной пирамиды, если сторона её основания равна a , а площадь боковой грани равна площади сечения, проведенного через вершину пирамиды и большую диагональ основания



$$S_{бок} = \frac{1}{2} P_{осн.} \cdot d, S_{бок} = \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot d. \quad d - ?$$

1) A_1A_4 – большая диагональ правильного шестиугольника, поэтому $A_1A_4 = 2R$. $R = A_1A_2 = a$, то $A_1A_4 = 2a$.

2) $*S_{\Delta A_1SA_4} = \frac{1}{2} A_1A_4 \cdot SO$; $S_{\Delta A_1SA_4} = \frac{1}{2} \cdot 2a \cdot h$. По усл.

$$S_{\Delta A_1SA_4} = S_{\Delta A_3SA_4}. S_{\Delta A_3SA_4} = \frac{1}{2} A_3A_4 \cdot SK, \quad SK = 2h.$$

3) Р. Δ SOK, ∠ O = 90°; SK=2 h, SO= h. OK= r, $r = R \cos(180^\circ/n)$

$$r = a \cdot \cos 30^\circ = \frac{a\sqrt{3}}{2}. \quad \text{По теореме Пифагора находим:}$$

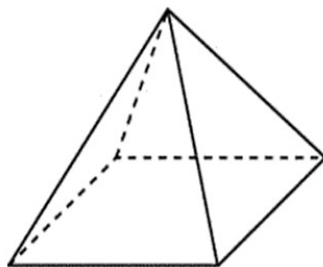
$$\left(\frac{a\sqrt{3}}{2}\right)^2 + h^2 = 4h^2; \quad h = a/2$$

$$4) SK = 2h = 2 \cdot \frac{a}{2} = a.$$

$$5) S_{бок} = \frac{1}{2} \cdot 6a \cdot a = 3a^2.$$

Ответ: $3a^2$

1. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 72, боковые ребра равны 164. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.



Площадь поверхности пирамиды равна сумме площадей боковой поверхности и основания:

$$S = S_{бок} + S_{осн} = 4S_{\Delta} + a^2$$

*Боковая поверхность состоит из четырёх равных по площади треугольников. Основание пирамиды это квадрат.

Площадь боковой стороны пирамиды можем вычислить воспользовавшись

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{72+164+164}{2} = 200 - \text{полупериметр}$$

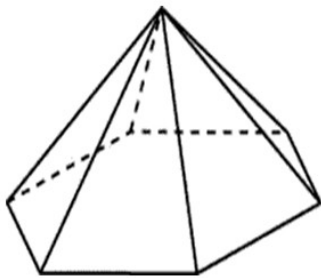
$$S_{\Delta} = \sqrt{200(200-72)(200-164)(200-164)} = \\ = \sqrt{200 \cdot 128 \cdot 36 \cdot 36} = \sqrt{100 \cdot 256 \cdot 36 \cdot 36} = 10 \cdot 16 \cdot 6 \cdot 6 = 5760$$

Таким образом, площадь поверхности пирамиды равна:

$$S = 4 \cdot 5760 + 72 \cdot 72 = 28224$$

Ответ: 28224

2. Стороны основания правильной шестиугольной пирамиды равны 22, боковые ребра равны 61. Найдите площадь боковой поверхности этой пирамиды.



Основанием правильной шестиугольной пирамиды является правильный шестиугольник. Площадь боковой поверхности данной пирамиды состоит из шести площадей равных треугольников с сторонами 61, 61 и 22:

$$S = 6S_{\Delta}$$

Найдём площадь треугольника, воспользуемся формулой Герона:

$$S_{\Delta} = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$$

$$p = \frac{a+b+c}{2} = \frac{61+61+22}{2} = 72 - \text{полупериметр}$$

$$S_{\Delta} = \sqrt{72(72-61)(72-61)(72-22)} =$$

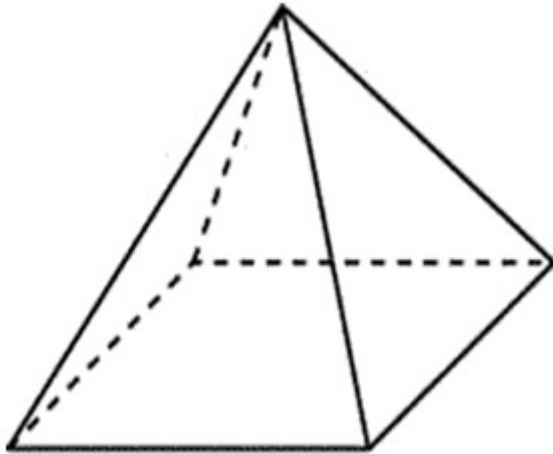
$$= \sqrt{72 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 50} = \sqrt{36 \cdot 2 \cdot 9 \cdot 9 \cdot 2 \cdot 25} = 6 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 5 = 540$$

Таким образом, площадь боковой поверхности равна:

$$S = 6 \cdot 540 = 3240$$

Ответ: 3240

3. Найдите площадь поверхности правильной четырехугольной пирамиды, стороны основания которой равны 6 и высота равна 4.



Для того, чтобы найти площадь поверхности пирамиды нам необходимо знать площадь основания и площадь боковой поверхности:

$$S = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = 4S_{\Delta} + a^2$$

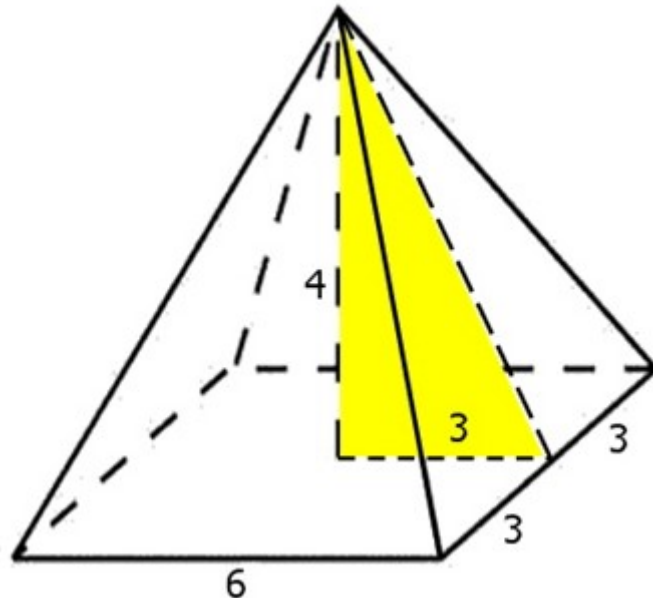
Площадь основания равна 36, так как это квадрат со стороной 6.

Боковая поверхность состоит из четырёх граней, которые являются равными треугольниками. Для того, чтобы найти площадь такого треугольника требуется знать его основание и высоту (апофему):

$$S_{\Delta} = \frac{1}{2} ah$$

*Площадь треугольника равна половине произведения основания и высоты проведённой к этому основанию.

Основание известно, оно равно шести. Найдём высоту. Рассмотрим прямоугольный треугольник (он выделен жёлтым):



Один катет равен 4, так как это высота пирамиды, другой равен 3, так как он равен половине ребра основания. Можем найти гипотенузу, по теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{3^2 + 4^2} = 5$$

Значит площадь боковой поверхности пирамиды равна:

$$S_{\text{бок}} = 4 \cdot S_{\Delta} = 4 \cdot \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 5 = 60$$

Таким образом, площадь поверхности всей пирамиды равна:

$$S = 60 + 36 = 96$$

Ответ: 96

Самостоятельная работа

1. Стороны основания правильной четырехугольной пирамиды равны 10, боковые ребра равны 13. Найдите площадь поверхности этой пирамиды.

Решение

Площадь поверхности пирамиды равна:

$$S = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}} = 4S_{\Delta} + a^2$$

Площадь боковой стороны пирамиды $S_{\Delta} = \frac{1}{2}ah$ (площадь треугольника равна половине произведения основания на высоту).

Высоту треугольника h найдем по теореме Пифагора:

$$h = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12$$

Тогда площадь поверхности пирамиды:

$$S = 4 \left(\frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 12 \right) + 10^2 = 340$$

Ответ: 340

22 апреля

Задания практической работы выполняем и отсылаем мне на почту:
alevtina_sokolov@mail.ru

Практическая работа № 64

Вычисление поверхности правильных многогранников

Цель : - закрепление понятий: пирамида, элементы пирамиды, формирование навыков умения вычислять площадь боковой и полной поверхности многогранников; развитие математического мышления, внимания и самостоятельности формирование

Форма работы: решение задач

Время выполнения: 2ч

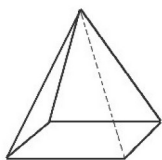
Контроль выполнения: проверка тетради

Порядок выполнения работы:

1. Повторить теоретический материал и образцы решения задач
2. Выполнить задания практической работы.

Методические указания

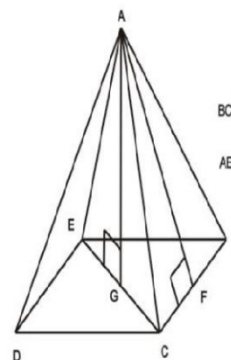
Теоретический материал



Пирамида – геометрическая фигура, основание которой – многоугольник, а остальные грани – треугольники, имеющие общую вершину

Элементы пирамиды

- **апофема** – высота боковой грани правильной пирамиды, проведенная из ее вершины \perp ;
- **боковые грани** – треугольники, сходящиеся в вершине пирамиды;
- **боковые ребра** – общие стороны боковых граней;
- **вершина пирамиды** – точка, соединяющая боковые ребра и не лежащая в плоскости основания;
- **высота** – отрезок перпендикуляра, проведенного через вершину пирамиды к плоскости её основания (концами этого отрезка являются вершина пирамиды и основание перпендикуляра);
- **диагональное сечение пирамиды** – сечение пирамиды, проходящее через вершину и диагональ основания;
- **основание** – многоугольник, которому не принадлежит вершина пирамиды.



A – вершина пирамиды;
 AB, AC, AD, AE – ребра пирамиды;
 ADE, AEB, ABC, ACD – боковые грани пирамиды;
 BCDE – основание пирамиды;
 AG – высота;
 AF – апофема;
 AEC – диагональное сечение.

- **Площадь полной поверхности** пирамиды называется сумма площадей всех её граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Площадь боковой поверхности пирамиды – сумма площадей её боковых граней.

Площадь боковой грани правильной пирамиды:

$$S_{\text{бок.гр.}} = 1/2 * m * |gl|,$$

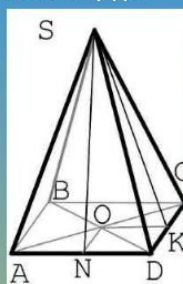
где m – апофема,

$|gl|$ – основание грани

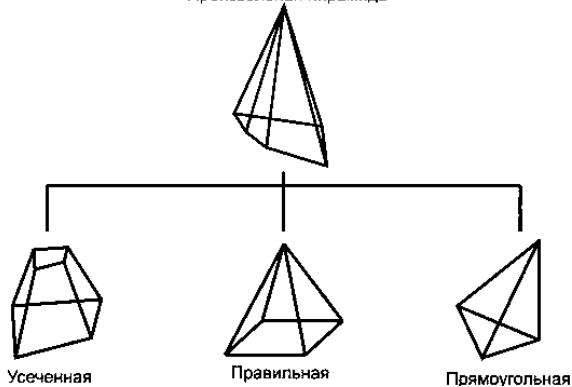
Площадь боковой поверхности правильной пирамиды:

$$S_{\text{бок. пов.}} = 1/2 * (P_{\text{осн}} * m),$$

где m – апофема, P – периметр основания

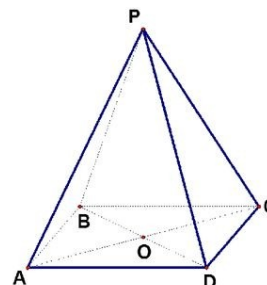


Произвольная пирамида



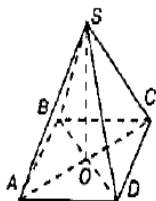
Правильная пирамида

Пирамида называется правильной, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.



Примеры задач .

42. Основание пирамиды — прямоугольник со сторонами 6 см и 8 см. Каждое боковое ребро пирамиды равно 13 см. Вычислите высоту пирамиды.



Так как $SA = SB = SC = SD$, то прямоугольные треугольники ASO , BSO , CSO и DSO равны по гипотенузе и общему катету SO .

Тогда $AO = BO = CO = DO$, а значит, точка O является точкой пересечения AC и BD .

В $\triangle ABD$:

$$BD = \sqrt{AB^2 + AD^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10(\text{см}). \text{ Тогда}$$

$$OD = \frac{1}{2}BD = 5(\text{см}). \text{ Далее,}$$

в $\triangle SOD$ по теореме Пифагора:

$$SO = \sqrt{SD^2 - OD^2} = \sqrt{13^2 - 5^2} = 12(\text{см}).$$

Ответ: 12 см.

244. Дано: $ABCD$ – пирамида; $\triangle ABC$:

$$\angle C = 90^\circ, AC = 21 \text{ см}; AB = 29 \text{ см},$$

$$DA \perp (ABC), DA = 20 \text{ см}$$

Найти: $S_{\text{бок}}$ – ? Решение:

$$S_{\text{бок}} = S_{\text{ADC}} + S_{\text{BDA}} + S_{\text{DCB}}$$

все грани прямоугольные треугольники

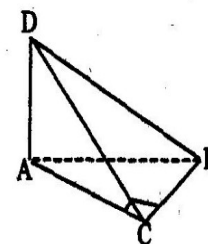
$$S_{\text{ADC}} = \frac{1}{2}AD \cdot AC = \frac{1}{2}20 \cdot 21 = 210 \text{ см}^2;$$

$$S_{\text{ADB}} = \frac{1}{2}AD \cdot AB = \frac{1}{2}20 \cdot 29 = 290 \text{ см}^2; S_{\text{DCB}} = \frac{1}{2}DC \cdot CB = \frac{1}{2}29 \cdot 20 = 290 \text{ см}^2$$

$$\triangle ADC: DC = \sqrt{AD^2 + AC^2}; DC = \sqrt{400 + 441}; DC = 29 \text{ см } \triangle ABC:$$

$$CB = \sqrt{AB^2 - AC^2}; CB = \sqrt{841 - 441}; CB = 20 \text{ см}$$

$$\text{значит } S_{\text{бок}} = 210 + 2 \cdot 290 = 790 \text{ см}^2$$



Контрольные вопросы:

1. Что такое пирамида?
2. Назовите виды пирамиды.
3. Что такое боковая поверхность пирамиды, полная поверхность пирамиды?
4. По каким формулам вычисляется площадь боковой и площадь полной поверхности пирамиды?

Задания практической работы:

1 вариант

1. В правильной четырехугольной пирамиде сторона основания равна 6 см, а апофема – 4 см, Найдите: а) ребро пирамиды;

б) высоту пирамиды;

в) площадь полной поверхности пирамиды.

2. Высота правильной четырехугольной пирамиды равна 4 см, а ее апофема образует с высотой угол 45° . Найдите площадь основания пирамиды, боковую поверхность пирамиды.

2 вариант

1. В правильной четырехугольной пирамиде апофема равна 4 см, а боковое ребро равно – 5 см. Найдите: а) сторону основания пирамиды; б) высоту пирамиды; в) площадь полной поверхности пирамиды.

2. Сторона основания правильной четырехугольной пирамиды равна 4 см, а апофема образует с плоскостью основания угол 60° . Найдите: высоту пирамиды; площадь боковой поверхности пирамиды.

24 апреля -4 часа.

Задания контрольной работы выполняем и отсылаем мне на почту: alevtina_sokolov@mail.ru

Контрольная работа по теме « Многогранники»

1 вариант

1. Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с катетами 6 см и 8 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если её наибольшая боковая грань- квадрат.
2. Боковое ребро правильной четырёхугольной пирамиды равно 4 см и образует с плоскостью основания пирамиды угол равный 45° . Найдите высоту пирамиды и площадь боковой поверхности пирамиды.
3. Основание прямой призмы -ромб со стороной 5 см и тупым углом 120° . Боковая поверхность призмы имеет площадь , равную 240 см . Найдите площадь сечения, проходящего через боковое ребро и меньшую диагональ основания .
4. Основаниями усечённой пирамиды являются правильные треугольники со сторонами 5 см и 3 см. Одно из боковых ребёр пирамиды перпендикулярно к плоскостям оснований и равно 1 см. Найдите площадь боковой поверхности усечённой пирамиды.

2 вариант

1. Основание прямой призмы - прямоугольный треугольник с гипотенузой 13 см и катетом 12 см. Найдите площадь боковой поверхности призмы, если её наименьшая боковая грань- квадрат.
2. Высота правильной четырёхугольной пирамиды $\sqrt{6}$, а боковое ребро наклонено к плоскости основания под углом 60° . Найдите боковое ребро пирамиды и площадь боковой поверхности пирамиды.

3. Основание прямой призмы -ромб с острым углом 60° . Боковое ребро равно 10 см, а площадь боковой поверхности 240 см . Найдите площадь сечения, проходящего через боковое ребро и меньшую диагональ основания .

4. Основаниями усечённой пирамиды являются правильные треугольники со сторонами 5 см и 3 см. Одно из боковых ребёр пирамиды перпендикулярно к плоскостям оснований и равно 1 см. Найдите площадь боковой поверхности усечённой пирамиды.

24 апреля

« Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра»

Найти ответы из лекции на следующие вопросы:

1. Дать определение цилиндра
2. Укажите в природе, технике, архитектуре, среди окружающих вас предметов объекты, имеющие цилиндрическую форму
3. Дать определение боковой поверхности цилиндра
- 4) Назовите основные элементы цилиндра, дайте им определение
- 5) Что такое осевое сечение цилиндра? Что представляет собой осевое сечение цилиндра?
- 6) Может ли осевое сечение цилиндра быть (ответ обоснуйте): а) трапецией; б) квадратом?
- 7) Радиус основания цилиндра 2м, высота 3м. Найдите диагональ осевого сечения.
- 8) Что такое поперечное сечение цилиндра? Что представляет собой такое сечение?
- 9) Вычислите площадь сечения цилиндра, если радиус его основания равен 5см
- 10) Что представляет собой развертка цилиндра?

III. Этап изучения новых знаний и способов деятельности (параллельно проходит этап первичной проверки понимания изученного материала)

а) Задача (проблемная ситуация)

Из куска ткани необходимо сшить головной убор для повара. Хватит ли нам для изготовления изделия куска прямоугольной формы, если его длина 80см, а ширина – 30см (размер головы – 54, а высота изделия – 25см)?

б) Уч-ся самостоятельно изучают по плану материал учебника стр. 121(п.54)

План

1. Площадь боковой поверхности цилиндра
2. Формула для вычисления площади боковой поверхности цилиндра
3. Площадь полной поверхности цилиндра
4. Формула для вычисления площади полной поверхности цилиндра

IV. Этап первичного понимания изученного

Учащиеся отвечают на вопросы учителя:

а) Что принимается за площадь боковой поверхности цилиндра?

- За площадь боковой поверхности цилиндра принимается площадь её боковой развертки

б) Формула для вычисления площади боковой поверхности цилиндра

$$S_{\text{бок}} = 2\pi r h$$

в) Что принимается за площадь полной поверхности цилиндра?
- Площадь полной поверхности цилиндра равна сумме площадей боковой поверхности и двух оснований

г) Формула для вычисления площади полной поверхности цилиндра.

$$S_{\text{цил}} = 2\pi r (r + h)$$

Итак, на нашем уроке основными формулами являются формулы для вычисления площади боковой и полной поверхности цилиндра

$$S_{\text{бок}} = 2\pi rh$$

$$S_{\text{цил}} = 2\pi r (r + h)$$

V. **Этап закрепления изученного**

У доски № 537, №545, тест (5мин)

VI. **Этап обобщения и систематизации**

VII. **Этап информации о Д/З №525**

VIII. **Этап подведения итогов учебного занятия**

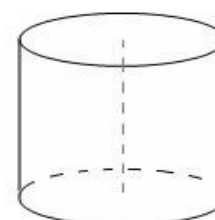
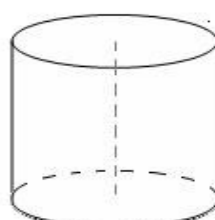
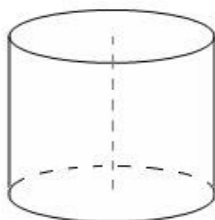
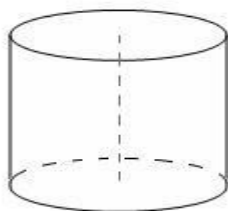
IX. **Этап рефлексии**

X.

Учащимся предлагается заполнить лист с заданиями.

Возможен вариант работы с применением копировки (в таком случае один экземпляр сдается учителю, а второй ребенок проверяет в ходе дальнейшей работы на уроке).
Карточка.

1. Нанесите на рисунок основные элементы цилиндра.



2

.Изобразите а) осевое сечение цилиндра; б) сечение цилиндра плоскостью, проходящей перпендикулярно оси цилиндра; в) сечение цилиндра плоскостью, проходящей параллельно оси цилиндра. Какая фигура получается в каждом случае?

3. Запишите формулы для вычисления площади поверхности цилиндра.

Что можно найти по этим формулам? Что должно быть известно в этих случаях?

Учащиеся сдают листы с заданием.

Фронтальный опрос (с целью обобщения знаний и проверки выполненной работы)

•

Какая фигура называется цилиндром?

Цилиндр – это геометрическое тело, состоящее из двух равных кругов, расположенных в параллельных плоскостях и множества отрезков, соединяющих соответственные точки этих кругов.

- Почему цилиндр называют телом вращения?

Цилиндр можно получить вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.

- Назовите виды цилиндров?

Наклонные цилиндры, прямые цилиндры, цилиндрические поверхности

- Назовите элементы цилиндра.

Основания цилиндра – равные круги, расположенные в параллельных плоскостях

Высота цилиндра - это расстояние между плоскостями его оснований.

Радиус цилиндра – это радиус его основания.

Ось цилиндра – это прямая, проходящая через центры основания цилиндра (ось цилиндра является осью вращения цилиндра).

Образующая цилиндра - это отрезок соединяющий точку окружности верхнего основания с соответственной точкой окружности нижнего основания. Все образующие параллельны оси вращения и имеют одинаковую длину, равную высоте цилиндра.

Образующая цилиндра при вращении вокруг оси образует боковую (цилиндрическую) поверхность цилиндра.

- Что представляет собой развертка цилиндра?

Разверткой боковой поверхности цилиндра является прямоугольник со сторонами H и C , где H – высота цилиндра, а C – длина окружности основания.

- Как найти площадь боковой поверхности цилиндра?

$$S_6 = H \cdot C = 2\pi RH$$

- Как найти площадь полной поверхности цилиндра?

$$S_{\text{п}} = S_6 + 2S = 2\pi R(R + H).$$

- Назовите основные виды сечений цилиндра. Какая фигура получается в каждом случае?

Осевое сечение цилиндра – сечение цилиндра плоскостью, проходящей через ось цилиндра (осевое сечение цилиндра является плоскостью симметрии цилиндра). Все осевые сечения цилиндра – равные прямоугольники

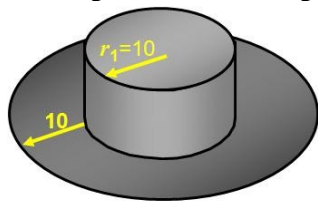
Сечение плоскостью, параллельной оси цилиндра. В сечении – прямоугольники.

Сечение плоскостью **перпендикулярной оси цилиндра**. В сечении круги, равные основанию.

- Приведите примеры использования цилиндров.

Цилиндрическая гастрономия. Цилиндрическая архитектура. Цилиндры фараона

3. Закрепление материала. Решение задач.



Ученики видят список задач для классной работы. По желанию учащиеся имеют возможность решать с опережением на оценку.

№1. (задача с практическим содержанием).

Найдите площадь поверхности (внешней и внутренней) шляпы, размеры которой (в см) указаны на рисунке.

№2 (523). Осевое сечение цилиндра – квадрат, диагональ которого равна 20 см. Найдите: а) высоту цилиндра; б) S_0 цилиндра.

№3 (525). Площадь осевого сечения цилиндра равна 10 м^2 , а площадь основания – 5 м^2 . Найдите высоту цилиндра.

№4 (527). Концы отрезка АВ лежат на разных основаниях цилиндра. Радиус цилиндра равен r , его высота – h , расстояние между прямой АВ и осью цилиндра равно d . Найдите: а) высоту, если $r = 10$, $d = 8$, $AB = 13$.

Задачи взяты из учебника Атанасян 10-11