Занятие на тему «Логарифмические уравнения»

1. **Внимательно изучите тему**
2. **Сделайте опорный конспект в рабочих тетрадях**
3. **По образцу выполняйте задания 1-5 (1 вариант – нечетные, 2 вариант – четные)**
4. **Сканы отправьте вконтакте Расима Нуреева 8.04.20**

Уравнения, в которых неизвестное находится под знаком логарифма, называются ***логарифмическими***.

Пусть $a>0$, $a\neq1$, $u>0$, $v>0$. Если $\log_a u=\log_a v$, то $u=v$.

Доказательство: воспользовавшись основным логарифмическим тождеством и условием, получим: $u=a^{\log_a u}=a^{\log_a v}=v$.

При решении логарифмических уравнений обязательно учитывается область определения логарифма.

Если область определения найти сложно, можно проверить полученные корни подстановкой в уравнение.

Решение уравнений по определению логарифма

Пример 1. Решите уравнение $\log_2 x = 2$.

Решение. По определению логарифма имеем $x = 2^2 = 4$.

Число 4 входит в область определения, следовательно, является корнем данного уравнения.

Ответ: 4

Задание 1. Решите уравнение…

1) $\log_3 x=3$	2) $\log_8 x = -\frac{1}{3}$	3) $\log_6 x = 3$	4) $\log_2 x=0$
5) $\log_2(-x) = -5$	6) $\log_{27} x = \frac{1}{3}$	7) $\log_4 x = -2$	8) $\log_5 x = -3$
9) $\log_5 x = 1$	10) $\log_{\frac{1}{2}}(-x) = -1$		

Пример 2. Решите уравнение $\log_2(x-1) = 2$.

Решение. По определению логарифма имеем $x - 1 = 2^2$. Отсюда $x=3$.

Число 3 входит в область определения, следовательно, является корнем данного уравнения.

Ответ: 3

Пример 3. Найдите корень уравнения $\log_3(x-1)=4$.

Решение. По определению логарифма получаем: $x-1=3^4 \Leftrightarrow x-1=81 \Leftrightarrow x=82$. Число 82 входит в область определения (82 – 1>0), следовательно, является корнем уравнения.

Ответ: 82

Пример 4. Найдите корень уравнения $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)=-3$.

Решение. Последовательно получаем: $\log_{\frac{1}{3}}(x-1)=-3 \Leftrightarrow x-1=(\frac{1}{3})^{-3} \Leftrightarrow x-1=3^3 \Leftrightarrow x-1=27 \Leftrightarrow x=28$. Число 28 входит в область определения (28 – 1=27>0), значит, является решением уравнения.

Ответ: 28

Пример 5. Найдите корень уравнения $\lg(2x-4)=2$.

Решение. По определению логарифма получаем: $2x-4=10^2 \Leftrightarrow 2x-4=100 \Leftrightarrow x=52$. Число 52 входит в область определения ($2\cdot 52-4=100>0$ 82 – 1>0), следовательно, является корнем уравнения.

Ответ: 52

Задание 2. Решите уравнение…

1) $\log_{\frac{1}{4}}(2x-1)=1$	2) $\log_{\frac{1}{2}}(2x-4)=-2$	3) $\log_{\frac{1}{3}}(4x+5)=-1$
4) $\log_2(3-x)=0$	5) $\log_{\frac{1}{2}}(3x-5)=-1$	6) lg(4x – 11)=0
7) $\log_5(4x-3)=2$	8) $\log_4(6x-1)=1$	9) $\log_{0,3}(5+2x)=1$

10) $\log_6(2x+6{,}5)=1$

Пример 6. Решите уравнение $\log_3(x^2-2x)=1$.

Решение. По определению логарифма имеем $x^2-2x=3$.

$x^2-2x-3=0$. D=16, x_1=3, x_2= - 1.

Оба корня удовлетворяют исходному уравнению.

Ответ: 3; - 1

Пример 7. Решите уравнение $\log_2(x^2-14x)=5$. Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $\left[0;8\sqrt{5}\right]$

Решение. По определению логарифма: $x^2-14x=32$, $x^2-14x-32=0$. Отсюда $x_1=-2$; $x_2=16$. $x_1=-2$ не принадлежит отрезку $\left[0;8\sqrt{5}\right]$, а корень $x_2=16$ принадлежит.

Ответ: $\{-2;16\}$; 16

Задание 3. Решите уравнение…

1) $\log_2(x^2+4x+3)=3$ 2) $\log_{\sqrt{3}}(7x^2+2)=4$ 3) $\log_{0,04}(x-2)^2=-1$

4) $\log_3(x^2+2x-3)=1$ 5) $\log_{0,5}(3-x^2)=-1$ 6) $\log_4(x^2-6x)=2$

7) $\log_9(x-1)^2=1$ 8) $\log_3(\sqrt{x}+1)=1$ 9) $\log_{0,2}(6-x^2)=-1$

10) $\log_3(x^2-8x)=2$

Пример 8. Решите уравнение $\log_x 16=2$.

Решение. По определению логарифма $x>0$, $x\neq1$ и $x^2=16$. Отсюда, $x=-4$ или $x=4$.

Поскольку $x>0$, то решением данного уравнения является корень $x=4$.

Ответ: 4

Задание 4. Решите уравнение…

1) $\log_x 4=2$ 2) $\log_x 2\sqrt{2}=1,5$ 3) $\log_x 81=-4$ 4) $\log_x(1/125)=-3$ 5) $\log_x 1=-3$

6) $\log_x 1=2$ 7) $\log_x 1=6$ 8) $\log_x 16=4$ 9) $\log_x 36=-2$ 10) $\log_x 5=-1$

Пример 9. Решите уравнение $\log_{x-1} 16=2$.

Решение. По определению логарифма $(x-1)^2=16$. Отсюда $x-1=4$ или $x-1=-4$. $x=3$ или $x=-3$.

Поскольку $x>1$, то решением данного уравнения является корень $x=3$.

Ответ: 3

Пример 10. Решите уравнение $\log_{x-1}36=2$.

Решение. С учетом области определения: $\log_{x-1}36=2 \Leftrightarrow \begin{cases}(x-1)^2=36,\\ x-1>0,\\ x-1\neq1\end{cases} \Leftrightarrow$

$$\begin{cases}(x-1)^2=6\ ,\\ x>1,\\ x\neq0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-1=\pm6,\\ x>1,\\ x\neq0\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}\left[\begin{array}{l}x=7,\\ x=-5,\end{array}\right.\\ x>1,\\ x\neq0\end{cases} \Leftrightarrow x=7.$$

Ответ: 7

Задание 5. Решите уравнение…

1) $\log_{x+1}4 = 2$ 2) $\log_{1-x}8 = 3$ 3) $\log_{x-2}2 = 2$ 4) $\log_{2x-1}5 = 1$

5) $\log_{x+1}16 = 4$ 6) $\log_{2-x}9 = 2$ 7) $\log_{x-1}4 = 2$ 8) $\log_{x+1}1 = -2$

9) $\log_{2x+1}5 = -1$ 10) $\log_{3-2x}36 = 2$

Пример 11. Решите уравнение $\log_{x+1}(3x^2 + 2x - 1) = 2$.

Решение. Исходное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} x + 1 > 0, \\ x + 1 \neq 1, \\ 3x^2 + 2x - 1 = (x + 1)^2 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x > -1, \\ x \neq 0, \\ 3x^2 + 2x - 1 = x^2 + 2x + 1 \end{cases}.$$

Найдем корни уравнения $3x^2 + 2x - 1 = x^2 + 2x + 1$:

$2x^2 = 2$; $x^2 = 1$; x= - 1 или x=1.

Так как x> - 1, x≠0, то x= - 1 не является решением исходного уравнения

Ответ: 1