Практическая работа № 56-57

Решение задач на определение и основное свойство первообразной.

Цель : закрепление навыков умения определять первообразную функции ; развитие логического мышления, памяти, внимания и самостоятельности

Форма работы: решение примеров
Время выполнения: 2ч
Контроль выполнения: проверка тетради
Порядок выполнения работы:
1. Повторить теоретический материал и изучить образцы решения примеров
2. Выполнить задания практической работы.

Методические указания

Теоретический материал

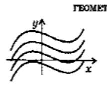
Первообразная функции.

Функция F (x) называется **первообразной** для функции f(x) на данном промежутке, если для любого x из этого промежутка $F'(x)=f(x)$

Основное свойство первообразных.

Если $F(x)$ — первообразная функции $f(x)$, то и функция $F(x)+C$, где C — произвольная постоянная, также является первообразной функции $f(x)$.

ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ ИНТЕРПРЕТАЦИЯ



Графики всех первообразных данной функции $f(x)$ получаются из графика какой-либо одной первообразной параллельными переносами вдоль оси y.

Таблица первообразных

Функция f(x)	Первообразная F(x)
kf(x)	kF(x)
f(x)+g(x)	F(x)+G(x)
k (постоянная)	kx
x^n (n∈Z, n≠-1)	$\frac{x^{n+1}}{n+1}$
sin x	- cos x
cos x	sin x
$\frac{1}{cos^2 x}$	tg x
$\frac{1}{sin^2 x}$	-ctg x
$\frac{1}{\sqrt{x}}$	$2\sqrt{x}$

Пример 1. Выясните, является ли $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+cos\,x-1$ первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-sin\,x$ на $\boldsymbol{R}$?

Решение . Находим

$$F'(x)=\left(\frac{2}{9}x^3-3x+cos\,x\right)'=\frac{2}{9}\cdot 3x^2-3\cdot 1+(-sin\,x)=\frac{2}{3}x^2-3-sin\,x=f(x).$$

Следовательно, по определению $F(x)=\frac{2}{9}x^3-3x+cos\,x-1$ является первообразной для функции $f(x)=\frac{2}{3}x^2-3-sin\,x$ на $\boldsymbol{R}$.

Пример 2. Для функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{cos^2 x}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$.

Решение . По основному свойству первообразных любая первообразная функции $f(x)=\frac{2}{\sqrt{x}}-\frac{1}{cos^2 x}$ записывается в виде $F(x)=2\cdot 2\sqrt{x}-tgx+C=4\sqrt{x}-tgx+C$. Координаты точки $M\left(\frac{\pi}{4};1+2\sqrt{\pi}\right)$ графика искомой первообразной должны удовлетворять уравнению:

$$1+2\sqrt{\pi}=4\sqrt{\frac{\pi}{4}}-tg\frac{\pi}{4}+C\ .$$

Отсюда находим, что

$$1+2\sqrt{\pi}=2\sqrt{\pi}-1+C\ ,$$

$$C=2.$$

Следовательно, уравнение искомой первообразной имеет вид: $F(x)=4\sqrt{x}-tgx+2$

1.1. Контрольные вопросы:

1.Что называется первообразной функции?

2. Сформулируйте основное свойство первообразной.

1.2. Задания практической работы :

Вариант 1.

1. а)Является ли функция $F(x)=x^2+3x+1$ первообразной для функции $f(x)=2x+3$ на $\boldsymbol{R}$?

б) Является ли функция $F(x)=\frac{1}{x^2}-sin x$ первообразной для функции $f(x)=-\frac{1}{x^3}-cos x$ на $\boldsymbol{R}$?

2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x)=\frac{x^2}{3}-\frac{3}{x^2}$.

б) Для функции $f(x)=sin2x$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(\frac{\pi}{4};-2\right)$.

в)Для функции $f(x)=\frac{1}{(2x-1)^3}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку М(2;1)

Вариант 2.

1. а)Является ли функция $F(x)=x^2-x$ первообразной для функции $f(x)=2x-1$ на $\boldsymbol{R}$?

б) Является ли функция $F(x) = -\frac{x^4}{4} + 5x + 2$ первообразной для функции $f(x) = -x^3 + 5$ на $\boldsymbol{R}$?

2. а) Найдите общий вид первообразных для функции $f(x) = \frac{3}{x^4} - \frac{1}{2\sqrt{x}}$.

б) Для функции $f(x) = (4 - 5x)^3$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M\left(1; \frac{1}{20}\right)$.

в) Для функции $f(x) = \frac{1}{(2x-1)^3}$ найдите первообразную, график которой проходит через точку $M(1;2)$