

## Урок на тему «Правила дифференцирования».

### Перечень вопросов, рассматриваемых в теме:

- разбор основных правил дифференцирования функций;
- примеры вычисления производной линейной функции;
- правила вычисления производных произведения и частного.

### Глоссарий по теме

**Производная суммы** равна сумме производных.

**Производная суммы нескольких функции** равна сумме производных этих функции.

**Производная разности** равна разности производных.

**Производная произведения** равна произведению первого множителя на второй плюс первый множитель, умноженный на производную второго.

**Производная частного** равна производной числителя умноженного на знаменатель минус числитель умноженный на производную знаменателя и все это деленное на квадрат знаменателя.

### Теоретический материал для самостоятельного изучения

При вычислении производной используются следующие правила дифференцирования. **Правило дифференцирования суммы** двух функций.

Производная суммы равна сумме производных:  $(f(x) + g(x))' = f'(x) + g'(x)$ .

Подробно это свойство производной формулируется так: Если каждая из функции  $f(x)$  и  $g(x)$  имеет производную, то их сумма также имеет производную и справедлива формула.

Производная суммы нескольких функции равна сумме производных этих функции:

$$(f(x) + \dots + g(x))' = f'(x) + \dots + g'(x).$$

Производная разности равна разности производных:  $(f(x) - g(x))' = f'(x) - g'(x)$ .

А теперь рассмотрим пример применения данного правила дифференцирования.

Рассмотрим **второе правило** дифференцирования:

Постоянный множитель можно вынести за знак производной:

$$(cf(x))' = cf'(x)$$

Переходим к **третьему правилу** дифференцирования. Производная произведения равна произведению первого множителя на второй плюс первый множитель, умноженный на производную второго.  $(f(x) \cdot g(x))' = f'(x) \cdot g(x) + f(x) \cdot g'(x)$

**Четвертое правило дифференцирования:** производная частного равна производной числителя, умноженной на знаменатель, минус числитель, умноженный на производную знаменателя, и все это деленное на квадрат знаменателя.

$$\left(\frac{f(x)}{g(x)}\right)' = \frac{f'(x)g(x) - f(x)g'(x)}{g^2(x)}$$

### Сложная функция

Производная сложной функции находится по формуле:

$$(f(g(x)))' = f'(g(x)) \cdot g'(x)$$

### Примеры и разборы решения заданий тренировочного модуля

#### Пример 1.

Найдем производную функции:  $f(x) = 2x^2 + 4x$

Решение:

производная суммы равна сумме производных. Найдем производную каждого слагаемого

$$f'(x) = (2x^2 + 4x)' = (2x^2)' + (4x)'$$

$$f'(x) = 4x + 4$$

Ответ:  $f'(x) = 4x + 4$

#### Пример 2.

Найти производную функции  $f(x) = 8x^3 + 3x^2 - x$ .

Решение:

$$f(x)=8x^3+3x^2-x$$

$$f'(x)=(8x^3)'+(3x^2)'\cdot x'$$

Рассмотрим каждый член многочлена по отдельности

$$(8x^3)'=8(x^3)'=8\cdot 3x^2=24x^2$$

$$(3x^2)'=3(x^2)'=3\cdot x=6x$$

$$(-x)'=-x'=-1$$

$$f'(x)=(8x^3)'+(3x^2)'\cdot x'=-x'=-1$$

$$\text{Ответ: } f'(x)=24x^2+6x-1.$$

### Пример 3.

Найти производную функции  $f(x)=(3x-4)(4-5x)$ .

Решение:

Воспользуемся формулой производной произведения:

$$f'(x)=(3x-4)'(4-5x)+(3x-4)(4-5x)'=3(4-5x)-5(3x-4)=12-15x-15x+20=32$$

$$\text{Ответ: } f'(x)=32$$

### Пример 4.

Найти производную функции  $f(x)=\frac{3x-2}{x+3}$

Решение:

Воспользуемся формулой производной частного:

$$f'(x)=\frac{(3x-2)'(x+3)-(3x-2)(x+3)'}{(x+3)^2}=\frac{3(x+3)-(3x+2)}{(x+3)^2}=\frac{3x+9-3x-2}{(x+3)^2}=\frac{7}{(x+3)^2}$$

$$\text{Ответ: } f'(x)=\frac{7}{(x+3)^2}$$

### Пример 5.

Найти производную функции  $F(x)=(2x-1)^2$

Решение:

По правилу нахождения производной от сложной функции, получаем:

$$F'(x) = ((2x-1)^2)' \cdot (2x-1) = 2(2x-1) \cdot 2 = 4(2x-1) = 8x-4.$$

Ответ:  $F'(x) = 8x-4$ .

### ПРОВЕРКА

№ п\п	$f'(x)$	формула
1	$C'$	0
2	$(x)^c$	1
3	$(x^n)'$	$n \cdot x^{n-1}$ , <u>при <math>n \neq 1</math></u>
4	$\sin'x$	$\cos x$
5	$\cos'x$	$-\sin x$
6	$\operatorname{tg}'x$	$\frac{1}{\cos^2 x}$
7	$\operatorname{ctg}'x$	$-\frac{1}{\sin^2 x}$
8	$(e^x)'$	$E^x$
9	$(a^x)'$	$a^x \ln a$

### Таблица

### производных

№ п\п	$f'(x)$	формула
10	$\ln'x$	$\frac{1}{x}$
11	$\log_a'x$	$\frac{1}{x \ln a}$
12	$\sqrt{x}$	$\frac{1}{2\sqrt{x}}$
13	$(u+v)'$	$u'+v'$
14	$(u \cdot v)'$	$u' \cdot v + u \cdot v'$
15	$(\frac{u}{v})'$	$\frac{u' \cdot v - u \cdot v'}{v^2}$
16	$(cu)'$	$c \cdot u'$

**Самостоятельная работа** (Варианты соответствуют номеру по списку в журнале с 1 по 13, с 14 номера начинаем считать с 1 варианта)

### 1 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 1$$

$$y = x$$

$$y = 2x$$

$$y = x^2$$

$$y = 3x^3 + 3$$

$$y = 4x^4 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4$$

$$y = (2x^3 - 3)(3x^2 - 2)$$

$$y = \frac{5x^2}{(x+1)}$$

### 2 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 2$$

$$y = x$$

$$y = 3x$$

$$y = x^3$$

$$y = 4x^4 + 4$$

$$y = \frac{1}{2}x^4 + \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 2$$

$$y = (3x^3 - 2)(2x^2 - 3)$$

$$y = \frac{3x^2}{(x+2)}$$

### 3 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 3$$

$$y = x$$

$$y = 4x$$

$$y = x^4$$

$$y = 5x^5 + 5$$

$$y = 2x^4 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{4}x^2 + \frac{1}{2}$$

$$y = (4x^3 - 4)(4x^2 - 4)$$

$$y = \frac{3x^2}{(x+3)}$$

**4 вариант**

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 4$$

$$y = x$$

$$y = 5x$$

$$y = x^5$$

$$y = 6x^3 + 6$$

$$y = \frac{3}{4}x^4 + 2x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 5$$

$$y = (7x - 3)(7x^2 - 2)$$

$$y = \frac{6x^2}{(x + 6)}$$

**5 вариант**

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 8$$

$$y = x$$

$$y = 8x$$

$$y = x^2$$

$$y = 8x^3 + 8$$

$$y = 5x^5 + \frac{1}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 4$$

$$y = (2x^3 - 5)(3x^2 - 5)$$

$$y = \frac{8x^2}{(x + 2)}$$

**6 вариант**

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 9$$

$$y = x$$

$$y = 7x$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x^3 + 3$$

$$y = \frac{1}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 3$$

$$y = (3x^3 - 5)(2x^2 - 5)$$

$$y = \frac{9x^2}{(x+3)}$$

### 7 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 5$$

$$y = x$$

$$y = 6x$$

$$y = x^2$$

$$y = 7x^2 + 7$$

$$y = \frac{2}{5}x^5 + \frac{2}{3}x^3 + 2x^2 + 4$$

$$y = (5x^3 - 5)(2x^2 - 5)$$

$$y = \frac{10x^2}{(x+3)}$$

### 8 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 6$$

$$y = x$$

$$y = 7x$$

$$y = x^2$$

$$y = 8x^5 + 12$$

$$y = \frac{3}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 3x^2 + 8$$

$$y = (2x^2 - 7)(3x^2 - 5)$$

$$y = \frac{7x^2}{(x+2)}$$

### 9 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 7$$

$$y = x$$

$$y = 12x$$

$$y = x^4$$

$$y = 8x^5 + 11$$

$$y = \frac{4}{5}x^5 + 3x^4 + 5x^2 + 9$$

$$y = (4x^3 - 8)(3x - 5)$$

$$y = \frac{8x^3}{(x + 6)}$$

### 10 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 11$$

$$y = x$$

$$y = 12x$$

$$y = x^2$$

$$y = 2x^4 + 8$$

$$y = 5x^6 + \frac{2}{3}x^3 + \frac{1}{2}x^2 + 7$$

$$y = (2x^4 - 8)(2x - 5)$$

$$y = \frac{3x^2}{(x + 7)}$$

### 11 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 12$$

$$y = x$$

$$y = 13x$$

$$y = x^6$$

$$y = 4x^2 + 6$$

$$y = \frac{1}{6}x^6 + \frac{1}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 4$$

$$y = (2x^4 - 1)(3x^2 - 1)$$

$$y = \frac{2x^3}{(x + 5)}$$

### 12 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)



$$y = 21$$

$$y = x$$

$$y = 22x$$

$$y = x^6$$

$$y = 2x^2 + 3$$

$$y = \frac{2}{6}x^6 + \frac{2}{5}x^5 + \frac{1}{2}x^4 + 7$$

$$y = (3x^4 - 2)(x^2 - 1)$$

$$y = \frac{3x^3}{(x+3)}$$

### 13 вариант

Найти производную (с помощью формул и правил сложения, умножения, частного)

$$y = 13$$

$$y = x$$

$$y = 14x$$

$$y = x^7$$

$$y = 5x^2 + 6$$

$$y = \frac{3}{6}x^6 + \frac{3}{5}x^5 + 3x^4 + 2$$

$$y = (2x^4 - 2)(3x^2 - 3)$$

$$y = \frac{4x^3}{(x+4)}$$