

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН  
МУНИЦИПАЛЬНОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ ДОПОЛНИТЕЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ГОРОДСКОЙ ДВОРЕЦ ДЕТСКОГО ТВОРЧЕСТВА ИМ. А. АЛИША»  
ВАХИТОВСКОГО РАЙОНА Г. КАЗАНИ РЕСПУБЛИКИ ТАТАРСТАН

Принята на заседании  
методического совета  
Протокол № 01  
от «27» сентября 2018 г.



«Утверждаю»  
Директор «ГДТТ им. А. Алиша»

Е. Ю. Габитова

Приказ № «221»  
от «26» сентября 2018 г.

Одобрена на заседании  
педагогического совета  
Протокол № 01  
от «19» сентября 2018 г.

**ДОПОЛНИТЕЛЬНАЯ ОБЩЕОБРАЗОВАТЕЛЬНАЯ  
ОБЩЕРАЗВИВАЮЩАЯ ПРОГРАММА  
«ЗАГАДОЧНАЯ МАТЕМАТИКА»**

*Направленность: естественнонаучная*

*Возраст учащихся: 10 – 18 лет*

*Срок реализации: 3 года*

*Автор – составитель:*  
педагог дополнительного образования  
**Хайбуллина Ильмира Рифгатовна**

## Информационная карта образовательной программы

|    |   |   |
|----|---|---|
| 1. | <b>Образовательная организация</b>                          | Муниципальное бюджетное учреждение дополнительного образования «Городской дворец детского творчества им. А. Алиша» г. Казань  |
| 2. | <b>Полное название программы</b>                            | Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа «Загадочная математика»  |
| 3. | <b>Направленность программы</b>                             | Естественнонаучная  |
| 4. | <b>Сведения о разработчиках</b>                             | Хайбуллина Ильмира Ревгатовна<br>педагог дополнительного образования  |
| 5. | <b>Сведения о программе</b>                                 | Срок реализации: 3 года.<br>Возраст обучающихся: от 10 до 18 лет.<br>Тип и вид программы: Дополнительная общеобразовательная общеразвивающая программа.<br><b>Цель программы:</b> Развитие творческого и математического мышления учащихся.<br><b>Модуль:</b> Стартовый |
| 6. | <b>Формы и методы образовательной деятельности</b>          | Групповые.  |
| 7. | <b>Формы мониторинга результативности</b>                   | Участие на конференциях, семинарах.<br>Участие в конкурсах.   |
| 8. | <b>Результативность реализации программы</b>                | Начальная – 1 год обучения.<br>Промежуточная – 2 год обучения.<br>Итоговая – 3 год обучения   |
| 9. | <b>Дата утверждения и последней корректировки программы</b> | 26.09.2018 г.   |

## **Содержание**

- 1. Цели и задачи программы**
- 2. Учебно-тематический план**
- 3. Список литературы**

### **Целью математического кружка является:**

- Развитие творческого и математического мышления учащихся;
- Воспитание устойчивого интереса к изучению математики, творческого отношения к учебной деятельности математического характера;
- Привитие школьникам навыка употребления нестандартных методов рассуждения при решении олимпиадных задач;
- Ознакомление учащихся с новыми идеями и методами;
- Расширение представления об изучаемом материале;
- Подготовка учащихся к олимпиадам и конкурсам разных уровней (школьных, окружных, городских, краевых, зональных, Российских) с ориентацией их на победу.

Поэтому в программу кружка, рассчитанную на 4 часа в неделю (всего 140 часа) включены различные разделы олимпиадной математике, задачи окружных, городских, краевых, Российских олимпиад за 10 класс прошлых лет. Большое внимание уделяется проведению школьных олимпиад, участию членов кружка в различных заочных Российских конкурсах (проект <<Познание и творчество >>, конкурс Архимед и др.), а также анализу задач школьной, окружной, городской, краевой олимпиад текущего года.

### **Данная программа состоит из следующих разделов:**

1. Олимпиадные задачи по геометрии (планиметрия);
2. Олимпиадные задачи по тригонометрии;
3. Квадратный трехчлен;
4. Нестандартные методы решения уравнений и систем;
5. Олимпиадные задачи по стереометрии;
6. Углы и расстояния;
7. Подготовка к олимпиадам. Олимпиады;
8. Функциональные уравнения;
9. Разное.

Занятия математического кружка предполагают расширение и углубление знаний школьников, полученных ранее на уроках и занятиях математических кружков

прошлых лет, изучение на более глубокой математической основе тем, входящих в раздел <<Разное>>.

## **Программа занятий кружка**

### **I. Олимпиадные задачи по геометрии (планиметрия) – 32 часа.**

Задачи по теме “Подобие”. Задачи по теме “Площади фигур, свойства площадей”. Вписанные и описанные окружности. Угли, связанные с окружностью. Задачи на построение. Построение одной линейкой. Теорема Дезарга. Теоремы Чебы и Менелая.

#### ***Цель:***

1. Углубить и несколько расширить знания школьного курса геометрии по темам “Подобие”, “Площади”, “Вписанные и описанные окружности”;
2. Расширить представления учащихся о геометрических задачах на построение;
3. Показать учащимся, что теоремы Чебы и Менелая позволяют легко и изящно решать целый класс задач.

### **II. Олимпиадные задачи по тригонометрии – 16 часов.**

Задачи на нахождение наибольших и наименьших значений. Задачи на преобразование тригонометрических выражений. Решение тригонометрических уравнений и систем. Метод подстановки при решении тригонометрических уравнений. Метод подстановки при решении различных задач тригонометрии. Решение уравнений, содержащих обратнотригонометрические функции. Доказательство тригонометрических неравенств.

#### ***Цель:***

1. Расширить и углубить знания школьного курса тригонометрии;
2. Показать преимущество метода подстановки при решении различных олимпиадных задач по тригонометрии;
3. Подготовить учащихся к олимпиадам по тригонометрии;

### **III. Квадратный трехчлен – 5 часов.**

Квадратный трехчлен. Знаки значений квадратного трехчлена. Расположение корней квадратного трехчлена. Квадратные уравнения с параметрами

#### ***Цель:***

1. Показать приемы, на которых основывается теория квадратного трехчлена;
2. Научить применять их к решению олимпиадных задач.

#### **IV. Нестандартные методы решения уравнений и систем – 12 часов.**

Возвратные уравнения четной и нечетной степени. Использование суперпозиции функций. Решение относительного параметра. Применение основных свойств функций. Геометрические методы решения уравнений и систем. Системы уравнений.

##### ***Цель:***

1. Познакомить школьников с различными методами казалась бы трудных задач;
2. Привить навыки употреблять нестандартные методы рассуждений при решении олимпиадных задач.

#### **V. Олимпиадные задачи по стереометрии – 9 часов.**

Первые задачи стереометрии. Сечение многогранников. Признак параллельности плоскостей. Обратная теорема. Теорема о трех перпендикулярах. Теорема косинусов для трехгранного угла. Правило трех косинусов. Задачи, связанные с тетраэдром.

***Цель:*** Углубить и расширить знания школьного курса стереометрии.

#### **VI. Функциональные уравнения – 10 часов.**

Простейшие функциональные уравнения. Метод подстановки. Функциональные уравнения, в которых неизвестная функция зависит от одной переменной, а в уравнении содержится две или более независимых переменных. Задачи, содержащие последовательность функций. Суперпозиции функций.

***Цель:*** Научить учащихся решать несложные функциональные уравнения.

#### **VII. Подготовка к олимпиадам. Олимпиады – 26 часов.**

Школьная олимпиада. Анализ школьной олимпиады. Подготовка к окружной олимпиаде. Анализ окружной олимпиады текущего года. Подготовка к городской олимпиаде. Анализ работ городской олимпиады. Подготовка к краевой олимпиаде. Анализ работ краевой олимпиады. Решение задач I-го и II-го заочных туров Российской олимпиады проект “Познание и творчество”, г. Обнинск.

**Цель:** Подготовка учащихся к участию в олимпиадах разных уровней (окружной, городской, краевой, зональной, Российской) с ориентацией на победу.

### **VIII. Углы и расстояния – 16 часов.**

Три способа нахождения расстояния от точки до плоскости. Расстояние между скрещивающимися прямыми (3 случая). Расстояние между скрещивающимися ребрами тетраэдра (дистраивание параллелепипеда). Дистраивание тетраэдра до параллелепипеда. Замена параллелепипеда тетраэдром. Координатный метод при нахождении расстояний от точки до плоскости.

**Цель:** Углубить и расширить школьные знания по стереометрии.

### **IX. Разное – 14 часов.**

Игры. Раскраска. Принцип Дирихле. Делимость чисел. Целая и дробная части числа. Построение одним циркулем. Задачи ни про что.

**Цель:**

1. Повторить изученные ранее темы “Игры”, “Раскраска”, “Делимость чисел”, “Целая и дробная части числа”, “Построение одним циркулем”;
2. Прорешать олимпиадные задачи по этим темам на основе более глубоких математических знаний.
3. Продолжить решение задач на принцип Дирихле;
4. Научить учащихся умению четко логически строить свои рассуждения на задачах с использованием принципа Дирихле;
5. Прорешать различные олимпиадные задачи, не принадлежащие никакой теме, подготовить школьников к решению задач такого типа.

### **Календарно – тематическое планирование учебного материала**

| № п/п | Содержание учебного материала                                    | Кол-во часов | Дата |
|-------|--|--------------|------|
|       | <b>I. Олимпиадные задачи по геометрии (планиметрии)</b>          | <b>32</b>    |      |
| 1-4   | Задачи по теме “Подобие”   | 4            |      |
| 5-6   | Задачи по теме “Свойства площадей”. Площади фигур                | 2            |      |
| 7-8   | Задачи по теме “Площадь треугольника, параллелограмма, трапеции” | 2            |      |

|       |  |           |  |
|-------|--|-----------|--|
| 9-10  | Вписанные и описанные окружности   | 2         |  |
| 11-12 | Углы, связанные окружностью  | 2         |  |
| 13-14 | Задачи на построение   | 2         |  |
| 15-16 | Построение одной линейкой  | 2         |  |
| 17-18 | Построение одной линейкой, если имеется изображение окружности с отмеченным центром          | 2         |  |
| 19-20 | Построение с помощью короткой линейки. Теорема Дезарга                                       | 2         |  |
| 21-22 | Теорема Чевы в задачах. Теорема, обратная теореме Чевы (о пересечении прямых)                | 2         |  |
| 23-24 | Решение задач с помощью теоремы Чевы   | 2         |  |
| 25-26 | Теорема Чевы в задачах по теме “Площади”   | 2         |  |
| 27-28 | Теорема Менделя  | 2         |  |
| 29-32 | Решение задач с помощью теоремы Менделя  | 4         |  |
|       | <b>II. Подготовка к олимпиадам</b>   | <b>26</b> |  |
| 33-35 | Школьная олимпиада   | 3         |  |
| 36    | Анализ школьной олимпиады  | 1         |  |
| 37-38 | Подготовка к окружной олимпиаде  | 2         |  |
| 39-40 | Решение задач окружных олимпиад прошлых лет  | 2         |  |
| 41-42 | Анализ задач окружной олимпиады текущего года  | 2         |  |
| 43-44 | Подготовка к городской олимпиаде   | 2         |  |
| 45-46 | Решение задач городских олимпиад прошлых лет   | 2         |  |
| 47-48 | Анализ задач городской олимпиады текущего года   | 2         |  |
| 49-50 | Решение задач I заочного тура Российской олимпиады проект “Познание и творчество” г. Обнинск | 2         |  |
| 51-52 | Подготовка к краевой олимпиаде   | 2         |  |
| 53-54 | Решение задач краевых олимпиад прошлых лет   | 2         |  |

|       |  |           |  |
|-------|--|-----------|--|
| 55-56 | Анализ задач краевой олимпиады текущего года   | 2         |  |
| 57-58 | Решение задач II тура Российской олимпиады проект "Познание и творчество" г. Обнинск   | 2         |  |
|       | <b>III. Олимпиадные задачи по тригонометрии</b>  | <b>16</b> |  |
| 59-60 | Задачи на нахождение наибольших и наименьших значений                                  | 2         |  |
| 61-62 | Преобразование тригонометрических выражений  | 2         |  |
| 63-65 | Решение тригонометрических уравнений и систем  | 3         |  |
| 66-67 | Метод подстановки при решении тригонометрических уравнений                             | 2         |  |
| 68-69 | Метод подстановки в других упражнениях   | 2         |  |
| 70-72 | Решение упражнений, содержащих обратные тригонометрические функции                     | 3         |  |
| 73-74 | Доказательство тригонометрических неравенств   | 2         |  |
|       | <b>IV. Квадратный трехчлен</b>   | <b>5</b>  |  |
| 75    | Квадратный трехчлен  | 1         |  |
| 76    | Знаки значений квадратного трехчлена   | 1         |  |
| 77    | Расположение корней квадратного трехчлена  | 1         |  |
| 78-79 | Квадратные уравнения с параметрами   | 2         |  |
|       | <b>V. Нестандартные методы решения уравнений и систем</b>                              | <b>12</b> |  |
| 80    | Возвратные уравнения четной и нечетной степени   | 1         |  |
| 81    | Использование суперпозиции функций   | 1         |  |
| 82    | Решение относительно параметра   | 1         |  |
| 83-84 | Применение основных свойств функций (монотонность, ограниченность, взаимнообратность)  | 2         |  |
| 85    | Геометрические методы решения уравнений и систем, использование<br>а) Теоремы Пифагора | 1         |  |
| 86    | б) Теоремы косинусов   | 1         |  |
| 87    | в) формулы площади треугольника  | 1         |  |

|         |  |           |  |
|---------|--|-----------|--|
| 88      | г) формулы длины биссектрисы угла треугольника   | 1         |  |
| 89      | д) неравенство треугольника  | 1         |  |
| 90      | е) теории подобия треугольника   | 1         |  |
| 91      | ж) теорема о средних пропорциональных отрезках в прямоугольном треугольнике  | 1         |  |
|         | <b>VI. Олимпиадные задачи по стереометрии</b>  | <b>9</b>  |  |
| 92-93   | Первые задачи стереометрии   | 2         |  |
| 94-96   | Задачи на сечение многогранников. Признак параллельности плоскостей. Обратная теорема. Теорема о трех перпендикулярах.                             | 3         |  |
| 97-98   | Теорема косинусов для трехгранного угла. Правило трех косинусов  | 2         |  |
| 99-100  | Задачи, связанные с тетраэдром   | 2         |  |
|         | <b>VII. Функциональные уравнения</b>   | <b>10</b> |  |
| 101-102 | Простейшие функциональные уравнения  | 2         |  |
| 103-104 | Метод подстановки  | 2         |  |
| 105-106 | Функциональные уравнения, в которых неизвестная функция зависит от одной переменной, а в уравнении содержится две или более независимых переменных | 2         |  |
| 107-108 | Задачи, содержащие последовательность функции  | 2         |  |
| 109-110 | Суперпозиции функций   | 2         |  |
|         | <b>VIII. Углы и расстояния</b>   | <b>16</b> |  |
| 111-112 | Три способа нахождения расстояния от точки до плоскости  | 2         |  |
| 113-114 | Расстояние между скрещивающимися прямыми   | 2         |  |
| 115-116 | Расстояние между скрещивающимися ребрами тетраэдра   | 2         |  |

|         |  |           |  |
|---------|--|-----------|--|
| 117-118 | Достраивание до параллелепипеда                                    | 2         |  |
| 119-120 | Замена параллелепипеда тетраэдром                                  | 2         |  |
| 121-122 | Координатный метод при нахождении расстояния от точки до плоскости | 2         |  |
| 123-124 | Нахождение расстояния с помощью объёмов тел                        | 2         |  |
| 125-126 | Решение задач по теме “Углы и расстояния”                          | 2         |  |
|         | <b>IX. Разное</b>  | <b>14</b> |  |
| 127-128 | Игры   | 2         |  |
| 129-130 | Раскраска  | 2         |  |
| 131-133 | Принцип Дирихле  | 3         |  |
| 134-136 | Задачи ни про что  | 3         |  |
| 137-138 | Целая и дробная части числа  | 2         |  |
| 139-140 | Делимость чисел  | 2         |  |
|         | <b>Всего 140</b>   |           |  |

### **Требования к уровню усвоения курса:**

По окончании изучения курса учащиеся смогут сформировать собственный взгляд при рассмотрении заданий по тригонометрии и стереометрии, научиться применять специальные методы и приемы, используемые при их решении. Самостоятельному поиску решения, работать с информацией: накапливать, систематизировать, обобщать, применять.

## Литература:

1. С.А.Генкин, И.В.Интерберг, Д.В.Фомин “Ленинградские математические кружки”, г. Киров, 1994
2. Г.В.Дорофеев “Квадратный трехчлен в задачах”, журнал “Квантор”, 1991
3. И.Кушнир “Шедевры школьной математики”, книга 1, Киев, “Астарта”, 1995
4. С.Н.Олехин., М.К.Потапов, П.И.Пасиченко “Нестандартные методы решения уравнений и неравенств”, изд-во “МГУ”, 1991
5. И.Ф.Шарыгин “Геометрия 9-11”, задачник, М, “Дрофа”, 1996
6. А.Г.Мерзляк, В.Б.Полонский, М.С.Якир “Неожиданный шаг или сто тридцать красивых задач”
7. Л.М.Лихторников “Элементарное введение в функциональные уравнения”, Санкт-Петербург, “Лань” 1997
8. Д.В.Фомин “Санкт-Петербургские математические олимпиады”, С-Петербург, 1994
9. “Зарубежные математические олимпиады”, под редакцией И.Н.Сергеева, М, “Наука”, 1987
10. В.В.Прасолов “Задачи по планиметрии”, ч.1,М, “Наука”, 1991
11. Я.П. Понарин “Геометрия для 7-11 классов, ч.1 Планиметрия”, Ростов на Дону, “Феникс”, 1997
12. А.В. Летчиков “Принцип Дирихле”. Задачи с указаниями и решениями, Ижевск. 1992
13. В.А.Вышинский и другие “Сборник задач киевских математических олимпиад”, Киев, “Вшца школа”, 1994
14. М.Долесова, Е.Семенко “Углы и расстояния в школьном курсе стереометрии”, Краснодар, 1993