Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике. 2017 год.

8 класс

продолжительность олимпиады 135 минут

1. Садовник хочет посадить шесть кустов крыжовника, чтобы на расстоянии 2м от каждого из них росло ровно три куста крыжовника. Сможет ли он это сделать?

2. В выражении $\frac{М\cdot А\cdot Т\cdot Е+М\cdot А\cdot Т\cdot И\cdot К\cdot А}{Т\cdot Е\cdot М\cdot А}$ замените каждую из букв на какую-то из цифр от 1 до 9 (одинаковые буквы – на одинаковые цифры, разные буквы – на разные цифры) так, чтобы значение выражения получилось наибольшим. *Покажите, как нужно расставить цифры, вычислите значение вашего выражения и объясните, почему оно наибольшее.*

3. В волшебном королевстве обитают лисицы с семью и девятью хвостами. Те, у кого 7 хвостов, всегда врут, а те, у кого 9 хвостов, всегда говорят правду. Однажды три лисицы завели между собой разговор.

Рыжая лиса: «у нас вместе 27 хвостов».

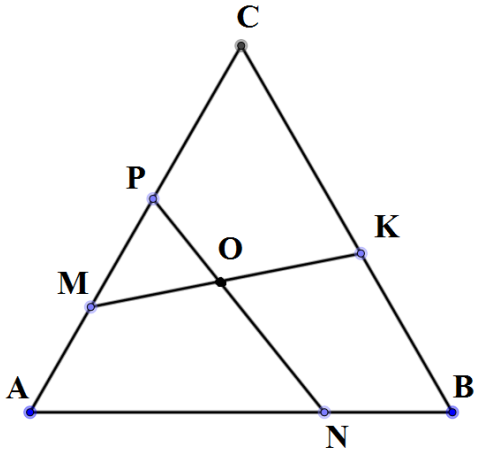
Серая лиса: «это действительно так!»

Белая лиса: «глупости, Рыжая говорит чепуху!»

Сколько хвостов было у каждой лисицы? (Ответ обоснуйте.)

4. Мальчик Марат может за минуту подняться с первого этажа на пятый этаж, а девочка Даша за то же время успевает добежать только до четвертого. Даша спускается вдвое быстрее, чем поднимается, а Марат спускается с той же скоростью, что и Даша. Дети решили посоревноваться и добежать с первого этажа до 25, стартуя одновременно. Марат, достигнув 25 этажа, начал спускаться, чтобы встретить проигравшую Дашу. Сколько пройдёт времени от начала соревнования до момента встречи?

5. В треугольнике ABC все стороны равны 2017 см. Точки M, N, P, K расположены так, как показано на рисунке. Известно, что CK + PC = MA + AN = 2017 см. Найдите величину угла KON.



Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике. 2017 год.

9 класс

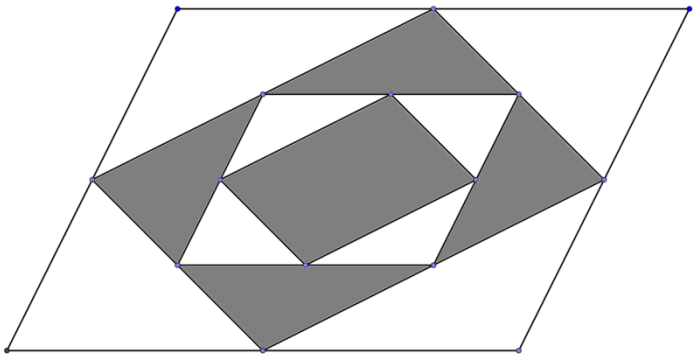
продолжительность олимпиады 135 минут

1. Натуральное число называется палиндромом, если оно не изменяется при записывании его цифр в обратном порядке (например, 626 – палиндром, а 2017 – нет). Представьте число 2017 в виде суммы двух палиндромов.

2. Айрат и Дина вместе весят 84 кг, Дина и Таня – 76 кг, Таня и Саша – 77 кг, Саша и Маша – 67 кг, Маша и Айрат – 64 кг. Кто тяжелее всех и сколько он весит?

3. Дамир нарисовал на тетрадном листе квадрат 5 × 5 и каждую минуту закрашивает по одной клетке. Лёша считает количество граничащих с нею (по стороне) ранее закрашенных клеток и записывает это число на доске. Докажите, что когда будут закрашены все клетки, сумма чисел на доске будет равна 40.

4. Найдите площадь закрашенной части параллелограмма, если площадь большого параллелограмма равна 40 (вершины всех параллелограммов за исключением самого большого находятся в серединах соответствующих сторон)?



5. Вместо пропусков вставьте такие числа, чтобы выражение $(x^2+\square\cdot x+6)(x+4)=(x+\square)(x^2+\square\cdot x+8)$ стало тождеством.

Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике. 2017 год.

10 класс

продолжительность олимпиады 135 минут

1. Делится ли $7^{2017} + 7^{2018} + 7^{2019}$ на 19?

2. В прямоугольнике ABCD на стороне CD отметили середину M, и на стороне AD – середину N. Отрезки CN и AM пересекаются в точке K. Во сколько раз площадь четырехугольника AKCB больше площади четырехугольника MDNK?

3. Постройте график функции $y = (\sqrt{x+1})^2 + \sqrt{x^2}$.

4. В деревне хоббитов каждый либо всегда говорит правду, либо всегда лжёт. Волшебник пригласил к себе нескольких хоббитов и спросил каждого из них про каждого из остальных, «правдолюб» тот или «лжец». Всего было получено 54 ответа «правдолюб» и 56 ответов «лжец». Сколько раз волшебник мог услышать правду?

5. У торговца драгоценностями есть 61 гиря весом 1г, 2г, … , 61г. Он выставил их в ряд так, чтобы вес каждой, начиная со второй, является делителем суммы весов всех предшествующих гирь. Первая гиря весит 61г, вторая – 1г. Найдите вес третьей гири.

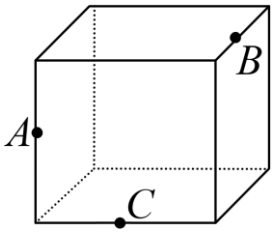
Школьный этап Всероссийской олимпиады школьников по математике. 2017 год.

11 класс

продолжительность олимпиады 135 минут

1. Найдите какую-нибудь пару натуральных чисел a и b, бóльших 1, удовлетворяющих уравнению $a^{13} \cdot b^{31} = 6^{2017}$.

2. Имеет ли уравнение $cos2015x + tg2016x - sin2017x = 0$ хотя бы один корень? Ответ обоснуйте.



3. Дан куб. A, B и C – середины его рёбер (см. рисунок). Чему равен косинус угла ABC ?

4. На координатной плоскости (x, y) изобразите множество всех точек, для которых $y^2 + y = x^2 + x$.

5. В пенале у Равиля 9 карандашей. Он заметил, что среди любых четырёх карандашей хотя бы два одного цвета. А среди любых пяти карандашей не больше трёх имеют один цвет. Карандаши скольких различных цветов есть у Равиля, и сколько карандашей каждого цвета?