Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике для 8-11 классов

10 – 1.

Допустим, четверо последних друзей правы, тогда задуманное число кратно всем числам от 7 до 10. Т.к. оно кратно 10, то его последняя цифра – 0.

Задуманное число: **0.

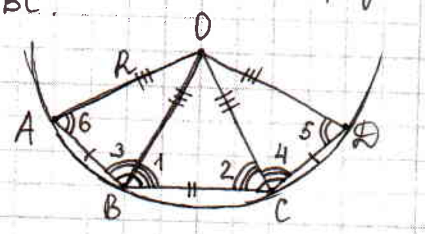
Число ** должно быть кратно 7, 8 и 9. Такого двузначного натурального числа не существует. Несоответствие.

Ответ: нет.

10 – ~~2~~3.

а) Допустим, все стороны многоугольника равны, тогда равны и все его углы. Т.к. 2017 – простое число, то у многоугольника с $n=2017$ сторонами и равными углами всегда все стороны равны.

б) Дано: $n=2018$; $\angle ABC = \angle BCD = \ldots$ Представим часть рисунка:
$\angle ABC = \angle 1 + \angle 3$; $AB \neq BC$.



$\angle ABC = \angle BCD$
$\angle 1 = \angle 2$ по признаку равнобедр. Δ $\Big\} \Rightarrow \angle 3 = \angle 4 \Rightarrow$

$\Rightarrow \angle 1 + \angle 3 = \angle ABC = \angle 2 + \angle 4 = \angle BCD$.

$\angle 3 = \angle 6 = \angle 4 = \angle 5 \Rightarrow \Delta AOB = \Delta COD \Rightarrow AB = CD$.

Значит, каждые вторые стороны равны между собой. Запишем это как

$n_н = a$, $n_ч = b$,

где $n_н$ – нечётная сторона, $n_ч$ – чётная сторона.

Ответ: а) да;

б) при $n_н = a$ и $n_ч = b$ – да.

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике для 8-11 классов

10 - 2.

m и n - взаимно простые, $m+n$ и m^2+n^2 - натуральные =>
=> НОД чисел $m+n$ и $m^2+n^2 = 1$.

Ответ: 1.

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике для 8-11 классов

Задача 10-5: $abcd=1$.

$ab+bc+cd+da \le \frac{1}{a^2}+\frac{1}{b^2}+\frac{1}{c^2}+\frac{1}{d^2}$

Допустим что a, b, c, d равны 1. $1\cdot1\cdot1\cdot1=1$

$1+1+1+1 \le 1+1+1+1$ (правильно)

Допустим что $a=2$ $b=0,5$ $c=4$ $d=0,25$. $2\cdot0,5\cdot4\cdot0,25=1$

$1+2+1+0,5 \le \frac{1}{4}+\frac{1}{0,25}+\frac{1}{16}+\frac{1}{0,0625}$

$4,5 \le \frac{4}{16}+\frac{64}{16}+\frac{1}{16}+\frac{256}{16}$

$4,5 \le \frac{325}{16}$ (правильно)

Допустим что $a=2$ $b=0,5$ $c=2$ $d=0,5$. $2\cdot0,5\cdot2\cdot0,5=1$.

$1+1+1+1 \le \frac{1}{4}+\frac{1}{0,25}+\frac{1}{4}+\frac{1}{0,25}$

$4 \le 0,25+4+0,25+4$

$4 \le 8,5$ (правильно).

Задача 10-1: Ответ: нет не могло. Потому что, чтобы четверо друзей оказались правы, надо чтобы это трехзначное число делилось на 10, 9, 8 и 7.

Напишем кратные этих чисел. На 10 делятся все числа у которых в конце стоит 0.

Кратные 10 и 7: 140; 210; 280; 320; 350; 420; 490; 560; 630; 700; 770; 840; 910; 980.

Кратные 10 и 8: 160; 240; 320; 480; 560; 640; 720; 800; 880; 960.

Кратные 10 и 9: 180; 270; 360; 450; 540; 630; 720; 810; 900; 990.

В этих трех рядах ни одно число не совпадает, значит не могло быть, чтобы четверо друзей оказались правы.

Задача 10-2: Даны m и n взаимно просты.

НОД чисел $m+n$: Если это однозначные числа то $2(n+1)$, если двухзначные то $2(n+10)$, а если трехзначные то $2(n+100)$ и так далее. $n=$ меньшее число из этих двух.

Задача 10-3: $n=2017$ стороны не равны, $n=2018$ стороны равны.

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике для 8-11 классов

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике для 8-11 классов

10-1) Допустим, то, что 4 друга правы, тогда это трёх значное число должно делится как минимум на 4 числа (10 9 8 7) т.к. эти есть ~~во всех~~ в 4 последних выборов друзей, а такого трёх значного числа не существует.

Ответ: нет не может

10-2) Решим методом подбора и выясним, то, ~~что~~ что НОД чисел $m+n$ и m^2+n^2 равен двум, если только $m \neq 1$ а $n \neq 2$.

Ответ: НОД = 2 кроме $m=1$, а $n=2$

10-3) а) Вписанный многоугольник с $n=2017$ кол-во сторон и с равными $\angle$, можно разделить на равные Δ с вершиной в середине окружности. А у равных Δ ~~Δ~~ соответственные стороны равны, значит стороны многоугольника равны

Ответ: стороны многоугольника будут равны

б) Ответ: стороны многоугольника будут равны.

10-4) $\sin^2 x + 2\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 1$ (наименьшее значение) при $x=90°$

$\sin^2 x + 2\sin x\cos x + 3\cos^2 x = 3$ (наибольшее значение) при $x=0°$

Ответ: 1 (наименьшее) и 3 (наибольшее)

10-5)

10 - 3

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике для 8-11 классов

10.-1.

Какое бы трёхзначное число не задумал бы Петя, оно обязательно должно будет делится на 10. Это будут:
100, 110, 130, 140, 150, 160 ... 960, 970, 980, 990.

Теперь допустим, что правы были 4 друга:
1) Который объявил, что число делится на все числа от 7 до 10.
2) Который объявил, что число делится на все числа от 8 до 10.
3) Который объявил, что число делится на все числа от 9 до 10.
4) Который объявил, что число делится только на 10.

Теперь поищем такие числа, которые будут делится на 7 и 10. Это числа: 140, 210, 280, 350, 420, 490, 560, 630, 700, 770, 840, 910, 980.

Теперь рассмотрим каждое это число по отдельности, по принципу будет ли оно делиться на 8 и 9:

1) 140 – не делится на 8 и 9.
2) 210 – не делится на 8 и 9.
3) 280 – не делится на 9
4) 350 – не делится на 8 и 9.
5) 420 – не делится на 8 и 9
6) 490 – не делится на 8 и 9.
7) 560 – не делится на 9
8) 630 – не делится на 8
9) 700 – не делится на 8 и 9.
10) 770 – не делится на 8 и 9.
11) 840 – не делится на 9
12) 910 – не делится на 8 и 9
13) 980 – не делится на 8 и 9.

То есть, все трёхзначные числа, которые делятся на 7 и 10, не будут делиться либо на 8, либо на 9, либо на 8 и 9.

Также, если это будут числа, которые делятся на 8 и 10, то они либо не будут делиться на 7 или 9, или на 7 и 9.

Или если это будут числа, которые делятся на 9 и 10, то они не будут делится либо на 7, либо на 8, либо на 7 и 8.

Даже если это будут другие люди, объявившие, например, что число делится на все числа от 3 до 10, или от 5 до 10, трёхзначное число всё равно должно будет делиться на 7, 8, 9 и 10. А трёхзначных чисел, которые делятся на 7, 8, 9 и 10, как мы уже доказали — нет.

Ответ: Оказаться так, что хотя бы четверо друзей оказались правы, быть НЕ МОЖЕТ.

10 – 2.

Простые числа — всегда нечётные числа. А сумма нечётных чисел в итоге даёт чётное число. Т. е. оно будет делиться на 2.

Квадрат простого числа также будет нечётным. Значит, сумма квадратов нечётных чисел также дает чётное число и оно будет делиться на 2.

То есть, НОД чисел $m+n$ и m^2+n^2, при условии что m и n – простые числа, может быть число 2 и 1.

Пример:

1) $m = 13$ $\quad m+n = 13+17 = 30$

$n = 17$ $\quad m^2+n^2 = 169+289 = 458$ $\quad$ НОД – 1 и 2.

2) $m = 19$ $\quad m+n = 19+23 = 42$

$n = 23$ $\quad m^2+n^2 = 361+529 = 890$ $\quad$ НОД – 1 и 2.

Ответ: НОД может быть = 1 и 2.

10. – 3.

В окружность можно вписать только правильный многоугольник. А если у правильного многоугольника все углы равны, то его стороны также равны. Но это правило действует только если многоугольник симметричен. В случае, когда у многоугольника 2017 сторон и 2017 равных углов, он не симметричен. Значит, хотя бы одна его сторона получается различной от других.

В случае, когда многоугольник имеет 2018 сторон и углов, он симметричен. И получается, что все его стороны равны.

Ответ: 1) У многоугольника с $n = 2017$ сторонами, не все стороны будут равными.

2) У многоугольника с $n = 2018$ сторонами, н. все стороны будут равными.