

11.2 Допустим, что у них треугольники одинаковые, но по размерам у Пети он больше, чем у Коли. Треугольники могут быть одинаковыми по углам. Так как у наших мальчиков одинаковые по признакам, но разные по размеру треугольники, после деления треугольника на 2 части, эти части у них могут быть разными.

Ответ: могут

11.4

x - это координата шахматного коня; n - это количество ходов. Тогда составим уравнение:

$$x(n+1) + n = x + 1$$

$$xn + x + n = x + 1$$

$$xn + n = 1$$

$$n(x+1) = 1$$

$$n = 1 \text{ и } x+1 = 1$$

$x = 0$ - это начальное положение и количество ходов. \Rightarrow

Следующее положение будет равно: $n+1$ и $x+1 = 1+1+1 = 3$

Ответ: 3 хода

$$11.5. f(x) = \sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23 \cos^2 x$$

$$f'(x) = 2 \sin x \cos x - 10 \cos x \sin x + 46 \cos x \sin x = 38 \cos x \sin x$$

$$f'(0) = 0 - \text{наименьшее значение функции}$$

$$f'\left(\frac{\sqrt{3}}{2}\right) = 38 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{57}{2} = 28,5 - \text{наибольшее значение функции}$$

$$11.1. \begin{cases} x^2 - p^2 x + q p = 0 \\ x^2 + p x + q = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} x^2 - p^2 x + q p = 0 \\ q = -x^2 - p x \end{cases}$$

$$x^2 - p^2 x - p x^2 - p^2 x = 0$$

$$x^2 - 2 p^2 x - p x^2 = 0$$

$$x^2 - p x^2 = 2 p^2 x$$

$$x^2 (1 - p) = 2 p^2 x$$

$$x^2 = 2 p^2 x$$

$$x = \sqrt{2 p^2 x} = -\frac{b}{2a}$$

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике
для 8-11 классов

11-1

$$x^2 + px + q = 0$$

$$D = p^2 - 4q$$

$$x_1 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$\frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} + 1 = \frac{p^2 + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$-2p + 2\sqrt{p^2 - 4q} + 4 = 2p^2 + 2\sqrt{p^2 - 4q}$$

$$-p + \sqrt{p^2 - 4q} + 2 = p^2 + \sqrt{p^2 - 4q}$$

$$\sqrt{p^2 - 4q} - \sqrt{p^2 - 4q} + 2 = p^2 + p - 2$$

$$p = 1$$

$$q = -2$$

Ответ: $p = 1$ $q = -2$

11-2

Если треугольники равные по 5 сторонам, то 6-я сторона тоже должны быть равны \Rightarrow части, полученные путем разрезания треугольников не могут быть равными. Ответ: нет, не могут

11-3

Дано: Окр. α (O ; R), Окр. β (O ; r). $\alpha \cap \beta = A$, MN - хорда, $MN \cap \beta = B$, $AB \cap \alpha = T$

Док-ть: $MT = NT$

Док-во: п.к. A - точка касания $\Rightarrow AT$ - диаметр α ,
 кас. $\cap O, B, O_1$. MN - хорда и касательная \Rightarrow

$$\Rightarrow MN \perp AT, MN \cap AT = B \Rightarrow \angle MBA = 90^\circ = \angle NBA$$

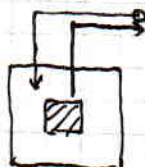
$$\Rightarrow \angle AMB = \angle ANB \text{ и соответственно } \angle MTB = \angle NTB \Rightarrow$$

$$\Rightarrow MT = NT$$

Ч.м.д.

11-4 Ответ: за 2 хода при
любом значении n .

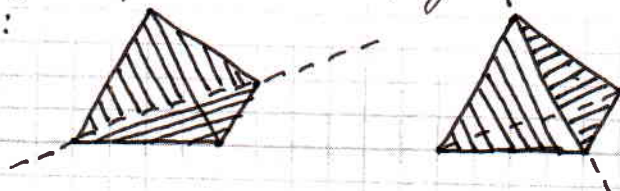
рис.



\Rightarrow - ход
 - конь
 - свобод. клетка

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике
для 8-11 классов

11.2. Да, могут. Так как Петя и Кося могут разрезать два равных треугольника по-разному. Например:



$$11.1. \begin{cases} x^2 + px + q = 0 \\ x^2 - px + qp = 0 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} x^2 + px + q &= x^2 - p^2x + qp \\ x^2 + px + q - x^2 - p^2x + qp &= 0 \\ (px - p^2x) + (q + qp) &= 0 \\ px(1-p) + q(1+p) &= 0 \\ (px+q)(1-p) &= 0 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} px+q &= 0 & 1-p &= 0 \\ x &= \frac{-q}{p} & p &= -1 \\ & & p &= 1 \end{aligned}$$

т.к. $p=1$, то $x=-q$.

$$11.3. \sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23 \cos^2 x.$$

$$f'(x) = (\sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23 \cos^2 x)' =$$

$$= -2x \cos x - 10 \cos^2 x + 10 \cos (10 \sin x)' \cdot \cos x + 10 \sin x (\cos x)' - 36 \sin x = -2x \cos x - 10 \cos^2 x + 10 \sin^2 x + 36 \sin x$$

$$10 \sin^2 x + 36 \sin x \cdot 2 \cos x - 10 \cos^2 x = 0$$

$$\cos^2 x = 1 - \sin^2 x.$$

$$10 \sin^2 x + 36 \sin x \cdot 2(1 - \sin^2 x) - 10 \cos^2 x (1 - \sin^2 x) = 0$$

$$10 \sin^2 x + 36 \sin x \cdot 2 - 2 \sin^2 x - 10 \cos^2 x - 10 = 0$$

$$36 \sin x \cdot 2 - 2 \sin^2 x - 10 = 0$$

$$36 \sin x - 2 \sin^2 x - 20 = 0$$

$$-2 \sin^2 x + 36 \sin x - 20 = 0 \cdot (-1)$$

$$2 \sin^2 x + 36 \sin x + 20 = 0$$

Бланк ответов муниципального этапа всероссийской олимпиады школьников по математике
для 8-11 классов

11-1.

 $x^2 + px + q = 0$; корни этого уравнения равны:

$$D = p^2 - 4q$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{p^2 - 4q}$$

$$x_1 = \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2}$$

$$x_2 = \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2}, \text{ но корни уравнения } x^2 - p^2x + q^2 = 0; \text{ равны}$$

$$x_1 + 1, \text{ и } x_2 + 1$$

$$\left. \begin{array}{l} \frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2} + 1 \\ \frac{-p + \sqrt{p^2 - 4q}}{2} + 1 \end{array} \right\} \text{ корни уравнения } x^2 - p^2x + q^2$$

при возведении в квадрат получаем

$$\left(\frac{-p - \sqrt{p^2 - 4q}}{2} + 1 \right)^2 = \frac{p^2 - p^2 - 4q}{4} + 1 = \frac{-4q + 4}{4} = -q + 1 = x_1$$

$$1) \sqrt{-q + 1} - p^2(\sqrt{-q + 1}) + q^2 = 0$$

$$\frac{p - 2q}{2} + 1 = x_2$$

$$2) \sqrt{\frac{p - 2q}{2} + 1} - p^2\left(\sqrt{\frac{p - 2q}{2} + 1}\right) + q^2 = 0 \Rightarrow q = 0; p = \pm 1$$

Ответ: $q = 0; p = \pm 1$

11-2.

Дано 2 равных Δ , пусть ABC и $A_1B_1C_1$ (по условию они равны: $AB = A_1B_1$; $BC = B_1C_1$; $AC = A_1C_1$)
 следует Δ равнобедренный, а если все стороны равны, как у любого равнобедренного треугольника, то равные Δ - равны.

Ответ: нет, так как Δ равнобедренный.

11-3. Так, так как AB перпендикуляр диаметру l в T . T и MN - хорды и T середина (от A) то прямая AT проходит через центр окружности l и является диаметром окружности.

11-3

Отрезок перпендикулярен на любую хорду MP , значит по условию \Rightarrow что; $MT = PT$ т.а.с.

11-5

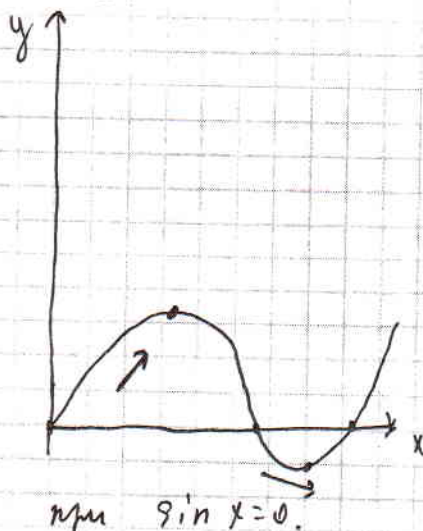
$$\sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23 \cos^2 x$$

$$\sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23 (1 - \sin^2 x)$$

$$\sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23 + 23 \sin^2 x$$

$$24 \sin^2 x + 10 \sin x \cos x - 23$$

Так, как функция имеет $\sin^2 x$, то она будет иметь начальную точку в точке 0.



Наименьшее значение функции примет (-23)

Наибольшее значение примет в точке максимума.

Функция имеет 2 экстремума T_{Max} и T_{Min} .