

**МИНИСТЕРСТВО ПРОСВЕЩЕНИЯ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ**

**Муниципальное автономное общеобразовательное учреждение**

**«Гимназия 19» Приволжского района г.Казани**

**МАОУ "Гимназия №19"**

**РАССМОТРЕНО**

руководитель МО




Халиуллина И.М

Протокол №1  
от 18.08.2025 г.

**СОГЛАСОВАНО**

Заместитель директора



З.Ф.Багаутдинов

от 27.08.2025 г.

**УТВЕРЖДЕНО**

Директор гимназии



А.Ж.Галимов

Приказ №256  
от 28.08.2025 г.



**РАБОЧАЯ ПРОГРАММА**

**курса по выбору «Решение комплексных задач по математике»**

для обучающихся 10 – 11 классов

(для 10 параллели)

**Казань 2025**

Программа  
элективного курса по математике для учащихся 10-11 классов

## «Решение комплексных задач по математике»

(140 часов)

### Краткая аннотация

*«Никогда не считай, что ты  
знаешь всё, что тебе уже  
больше нечему учиться».*

*Н.Д. Зелинский*

Математика практически единственный учебный предмет, в котором задачи используются и как цель, и как средство обучения, а иногда и как предмет изучения. Ограниченность учителя временными рамками урока и временем изучения темы, нацеленность учителя и учащихся на достижение ближайших целей, к сожалению, мало способствует решению на уроке задач творческого характера, нестандартных задач, задач повышенного уровня сложности, при решении которых необходимы знания разделов математики, выходящих за пределы школьного курса.

Представленная программа элективного курса предполагает решение дополнительных задач, многие из которых понадобятся как при подготовке к экзаменам, в частности ЕГЭ, так и при учебе в высших учебных заведениях. Предлагаются к рассмотрению следующие вопросы курса математики, выходящие за рамки школьной программы: рациональные и иррациональные задачи с параметрами; применение производной при анализе и решении задач с параметрами; уравнения и неравенства на ограниченном множестве; обратные тригонометрические функции; применение графического метода при решении задач с параметрами и др.

Элективный курс представлен в виде практикума, который позволит систематизировать и расширить знания учащихся в решении задач по

математике и позволит начать целенаправленную подготовку к сдаче экзамена в форме ЕГЭ.

### **Пояснительная записка**

Программа элективного курса предназначена для учащихся 10-11 классов, рассчитана на 140 часов (70 часов в 10 классе, 70 часов в 11 классе).

**Цель курса** - создание условий для формирования и развития у обучающихся самоанализа и систематизации полученных знаний, подготовка к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

#### **Задачи курса:**

- формирование и развитие у старшеклассников аналитического и логического мышления при проектировании решения задачи;
- расширение и углубление курса математики;
- формирование опыта творческой деятельности учащихся через исследовательскую деятельность при решении нестандартных задач;
- формирование навыка работы с научной литературой, использования различных интернет-ресурсов;
- развитие коммуникативных и общеучебных навыков работы в группе, самостоятельной работы, умений вести дискуссию, аргументировать ответы и т.д.

Рассчитанная на 70 часов, программа может быть реализована за 2 учебных года в 10-11 классах, по 2 часа в неделю на протяжении 4-х полугодий.

**Виды деятельности на занятиях:** лекция учителя, беседа, практикум, консультация, работа с компьютером.

#### **Предполагаемые результаты.**

Изучение данного курса дает учащимся возможность:

- повторить и систематизировать ранее изученный материал школьного курса математики;
- освоить основные приемы решения задач;
- овладеть навыками построения и анализа предполагаемого решения поставленной задачи;
- познакомиться и использовать на практике нестандартные методы решения задач;
- повысить уровень своей математической культуры, творческого развития, познавательной активности;

- познакомиться с возможностями использования электронных средств обучения, в том числе интернет-ресурсов, в ходе подготовки к итоговой аттестации в форме ЕГЭ.

### Учебно-тематический план

№п/п	Наименование разделов	Всего часов	В том числе		Форма контроля
			Теорет	Практ.	
<b>1. Начальные сведения для решения уравнений и неравенств (9 часов)</b>					
1.1.	Действительные числа	2	1	1	Практикум
1.2.	Множества	2	1	1	
1.3.	Алгебраические многочлены	3	1	2	
1.4.	Практикум	2		2	
<b>2. Решение уравнений и неравенств (43 часа)</b>					
2.1	Рациональные уравнения	3	1	2	Тестирование
2.2.	Системы рациональных уравнений	3	1	2	
2.3.	Рациональные неравенства	3	1	2	
2.4.	Уравнения и неравенства, содержащие абсолютную величину	3	1	2	
2.5.	Рациональные алгебраические уравнения с параметрами	3	1	2	
2.6.	Рациональные алгебраические неравенства с параметрами	3	1	2	
2.7.	Показательные уравнения	3	1	2	
2.8.	Показательные неравенства	3	1	2	
2.9.	Свойства логарифма.	4	1	3	
2.10.	Логарифмические уравнения	3	1	2	
2.11.	Логарифмические неравенства	4	1	3	
2.12.	Метод рационализации .	3	1	2	
2.13.	Уравнения и неравенства на ограниченном множестве	3	1	2	
2.14.	Итоговое занятие	2		2	
<b>3. Основные задачи тригонометрии( 18 часов)</b>					

3.1.	Основные тригонометрические формулы	3	1	2	Тестирование
3.2.	Тригонометрические функции и их свойства	2		2	
3.3.	Свойства обратных тригонометрических функций	3	1	2	
3.4.	Тригонометрические уравнения	5	2	3	
3.5.	Тригонометрические неравенства	3	1	2	
3.6.	Итоговое занятие	2		2	
<b>4. Производная и её применение (14 часов)</b>					
4.1.	Техника дифференцирования сложных функций	4	1	3	практикум
4.2.	Нахождение наибольшего и наименьшего значений функции	3	1	2	
4.3.	Приложение производной к решению задач	5	1	4	
4.4.	Итоговое занятие	2		2	
<b>5. Графический метод решения уравнений и неравенств с параметрами (18 часов)</b>					
5.1.	Иррациональные уравнения и неравенства с параметрами	3	1	2	Практикум
5.2.	Показательные и логарифмические уравнения с параметрами	3	1	2	
5.3.	Показательные и логарифмические неравенства с параметрами	3	1	2	
5.4.	Тригонометрические уравнения и неравенства с параметрами	3	1	2	
5.5.	Различные трансцендентные уравнения и неравенства с параметрами	3	1	2	
5.6.	Практикум	3		3	
<b>6. Финансовая математика (8 часов)</b>					
6.1.	Задачи на оптимальный выбор	4	1	3	Практикум
6.2.	Банки, вклады, кредиты	4	1	3	Практикум
<b>7. Основные вопросы стереометрии и планиметрии (30 часов)</b>					
7.1.	Прямые и плоскости в пространстве:	3		3	Практикум

	- угол между прямой и плоскостью - угол между плоскостями - расстояние между прямой и плоскостью - угол и расстояние между скрещивающимися прямыми				Тестирование
7.2.	Многогранники: задачи на сечения	3	1	2	
7.3.	Тела вращения	3	1	2	
7.4.	Некоторые приёмы вычисления отношений в стереометрии	2	1	1	
7.5	Теорема Пифагора и прямоугольные треугольники.	2		2	
7.6	Теоремы синусов и косинусов. Площадь треугольника.	2		2	
7.7	Биссектрисы и медианы треугольника.	2		2	
7.8	Пропорциональные отрезки и подобие треугольников.	2		2	
7.9	Длины и площади, связанные с окружностью.	2		2	
7.10	Четырёхугольники.	2		2	
7.11	Углы в окружностях	2		2	
7.12	Леммы о площадях	2		2	
7.13	Итоговое повторение	3		3	

## Содержание курса и методические рекомендации

### ***Начальные сведения для решений уравнений и неравенств (8 часов)***

*Аксиомы действительных чисел. Различные формы записи действительных чисел. Признаки делимости. Делимость по модулю. Треугольник Паскаля. Множества. Комбинаторика. Метод математической индукции. Бином Ньютона. Теорема Безу. Схема Горнера. Теорема Виета.*

Основная цель – сформировать у учащихся навык разложения многочлена степени выше второй на множители, нахождение корней многочлена, применять теорему Безу и ее следствия для нахождения корней уравнений выше второй, а также упрощения рациональных выражений многочлена.

*Методические рекомендации.* Теоретический материал дается в виде лекции, основное внимание уделяется отработке практических навыков. Обращается внимание на то, что использование этого материала значительно экономит время при решении подобных заданий на экзамене.

### ***Решение рациональных уравнений и неравенств (18 часов)***

*Дробно-рациональные уравнения. Подбор корней. Метод неопределённых коэффициентов. Разложение на множители. Замена переменной. Выделение полных квадратов. Однородные уравнения. Симметрические и возвратные уравнения. Параметризация задач.*

*Преобразование одного из уравнений системы. Получение дополнительного уравнения. Симметричные системы. Обобщённая теорема Виета. Однородные системы. Разные приёмы решения систем. Доказательства важных неравенств. Доказательство неравенств с помощью метода математической индукции. Решение рациональных неравенств. Решение систем рациональных неравенств.*

*Методические рекомендации.* В ходе изучения этой темы учащиеся должны усвоить основные способы решения рациональных уравнений и неравенств высших степеней. Решение каждой задачи, разобранный на занятиях, представляет собой метод решения большого класса задач. Эти методы повторяются и углубляются при решении последующих задач. В каждой лекции разбираются задачи разного уровня сложности. От простых, повторяющих школьную программу задач (таких немного), до сложных задач, решение которых обеспечивает хорошую и отличную оценку на экзаменах.

### ***Основные задачи тригонометрии (9 часов)***

*Тригонометрические функции и их свойства. Преобразование тригонометрических выражений. Обратные тригонометрические функции и их свойства. Решение тригонометрических уравнений. Решение систем тригонометрических уравнений. Комбинированные задачи.*

*Методические рекомендации.* Изучение этой темы предполагает систематизацию полученных знаний по теме и углубление школьного курса. Систематизируются способы решения тригонометрических уравнений и систем тригонометрических уравнений. Особое внимание уделяется преобразованиям выражений, решению уравнений, систем уравнений и комбинированным заданиям, которые предлагаются на итоговой аттестации.

Материал излагается в форме беседы с учащимися при повторении, в форме лекции при рассмотрении сложных тригонометрических уравнений. При решении уравнений используются коллективная, групповая и индивидуальная формы работы с учащимися. Качество усвоения темы проверяется выполнением самостоятельной работы в тестовой форме на последнем занятии.

### ***Производная и её применение (10 часов)***

*Применение физического и геометрического смысла производной к решению прикладных задач. Касательная. Нормаль. Монотонность. Экстремум. Наибольшее и наименьшее значение функции. Задачи на оптимизацию. Применение производной при решении некоторых задач с параметрами.*

*Методические рекомендации.* Материал излагается при рассмотрении конкретных задач на оптимизацию с привлечением учащихся, при этом выделяются основные методы и приемы их решения. Учитывая сложность таких заданий, на этих занятиях преобладают фронтальные и групповые формы работы. Так как при решении заданий на применение производной требуется время, то качество ее усвоения проверяется при выполнении домашней самостоятельной работы.

### ***Графический метод решения уравнений и неравенств с параметрами (15 часов)***

*Основы графического метода. Метод частичных областей при решении неравенств и систем неравенств, содержащих параметры. Логарифмические уравнения и неравенства. Показательные уравнения и неравенства. Решение уравнений и неравенств, при некоторых начальных условиях.* Основная цель - совершенствовать умения и навыки решения уравнений и неравенств, используя определения, учитывая область определения рассматриваемого уравнения (неравенства); познакомить с методами решения уравнений (неравенств), комбинированных заданий при некоторых начальных условиях с помощью графо-аналитического метода.

*Методические рекомендации.* Материал излагается при рассмотрении конкретных уравнений, неравенств и заданий с привлечением учащихся, при этом выделяются основные методы и приемы их решения. Учитывая сложность таких заданий, на этих занятиях преобладают фронтальные и групповые формы работы. Решая уравнения и неравенства с параметрами, целесообразно выполнять равносильные преобразования, так как проверка может оказаться весьма затруднительной.

### ***Основные вопросы стереометрии(10 часов)***

*Прямые и плоскости в пространстве:*



- *угол между прямой и плоскостью*
- *угол между плоскостями*
- *расстояние между прямыми и плоскостями*
- *угол и расстояние между скрещивающимися прямыми.*

*Многогранники. Сечения многогранников. Тела вращения. Комбинации тел. Некоторые приёмы вычисления отношений и расстояний в стереометрии*

Цели: систематизация и применение знаний и способов действий учащихся по школьному курсу стереометрии.

*Методические рекомендации.* При решении стереометрических задач необходимо обобщить имеющиеся у учащихся знания о многогранниках и телах вращения. Теоретический материал (используемые свойства тел и формулы) кратко повторяется на первом уроке в ходе решения базовых задач по готовым чертежам. Особое внимание следует уделить умениям учащихся правильно выполнять чертёж согласно условию задачи, а также «узнать» на пространственном чертеже плоские фигуры с тем, чтобы свести решение задачи к пошаговому применению свойств плоских фигур.

### **Методическое обеспечение**

В процессе изучения материала используются как традиционные формы обучения, так и самообразование, саморазвитие учащихся посредством самостоятельной работы с информационным и методическим материалом.

Занятия включают в себя теоретическую и практическую части, в зависимости от целесообразности. Основные формы проведения занятий: беседа, дискуссия, консультация, практическое занятие, защита проекта. Особое значение отводится самостоятельной работе учащихся, при которой учитель на разных этапах изучения темы выступает в разных ролях, чётко контролируя и направляя работу учащихся.

Предполагаются следующие формы организации обучения: индивидуальная, групповая, коллективная, взаимное обучение, самообучение.

Средства обучения: дидактические материалы, творческие задания для самостоятельной работы, мультимедийные средства, справочная литература.

Технологии обучения: информационные, проектные, исследовательские. Занятия носят проблемный характер. Предполагаются ответы на вопросы в процессе дискуссии, поиск информации по смежным областям знаний.

### **Контроль результативности изучения учащимися программы**

Эффективность обучения отслеживается следующими формами контроля: самостоятельная работа, практикумы, тестирование. Практикумы по темам «Начальные сведения для решения уравнений и неравенств», «Графический метод решения уравнений и неравенств с параметрами»; тестирование по

темам «Решение рациональных уравнений и неравенств», «Основные задачи тригонометрии»; практикум по темам «Производная и её применение», «Основные вопросы стереометрии». Показателем эффективности следует считать повышающийся интерес к математике, творческую активность учащихся.

#### **Литература для учителя:**

1. Геометрия, 10-11 : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. Уровни / Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2024. – 255с.
2. ЕГЭ 2024. Математика. ЕГЭ. 3000 задач с ответами по математике. Все задания группы В. Под ред. Семенова А.Л., Яценко И.В. М.: Экзамен, 2024 - 544 с.
3. ЕГЭ 2025. Математика. Задачи с параметрами при подготовке к ЕГЭ. Высоцкий В.С. М.: Экзамен, 2025 - 316 с.
4. ЕГЭ 2025. Математика. 1000 задач с ответами и решениями по математике. Все задания группы С. Сергеев И.Н., Панферов В.С. М.: Экзамен, 2025 - 304 с.
5. ЕГЭ 2025. Математика. Отличник ЕГЭ. Решение сложных задач. Панферов В.С., Сергеев И.Н. М.: Интеллект-Центр, 2024. — 92 с.
6. ЕГЭ 2024. Репетитор. Математика. Эффективная методика. Лаппо Л.Д., Попов М.А. М.: Экзамен, 2024 - 384 с.
7. ЕГЭ 2025. Самое полное издание типовых вариантов заданий ЕГЭ: 2025. Математика. Высоцкий И.Р, Гуцин Д.Д, Захаров П.И. и др. М.: АСТ, Астрель, 2025 - 96 с.
8. ЕГЭ 2025. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ: задание С5. Иванов С.О. и др. Под ред. Лысенко Ф.Ф., Кулабухова С.Ю. Ростов н/Д: Легион-М, 2025 - 48 с.
9. ЕГЭ 2025. Математика. Решение заданий типа С1. Корянов А.Г., Прокофьев А.А. Тригонометрические уравнения: методы решений и отбор корней.  
<http://down.ctege.info/ege/2025/book/matem/matem2025reshenieC1koryanov.zip>
10. ЕГЭ 2025. Математика. Решение типа С4. Планиметрические задачи с неоднозначностью в условии. Корянов А.Г., Прокофьев А.А.  
<http://down.ctege.info/ege/2025/book/matem/matem2025-C4prokofev-koryanov.zip>

#### **Литература для учащихся:**

1. Геометрия, 10-11 : учеб. для общеобразоват. учреждений: базовый и профил. Уровни / Л.С.Атанасян, В.Ф.Бутузов, С.Б.Кадомцев и др. – М.: Просвещение, 2025. – 255с.

2. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10-11 класс: базовый уровень / М.И.Шабунин, М.В.Ткачёва, Н.Е.Фёдорова и др. М.: Просвещение, 2024.
3. Алгебра и начала математического анализа. Дидактические материалы. 10-11 класс: профильный уровень / М.И.Шабунин, М.В.Ткачёва, Н.Е.Фёдорова и др. М.: Просвещение, 2025.
4. Дидактические материалы по алгебре и началам анализа. 10-11 класс / Зив Б.Г., Гольдич В.А. – СПб.: «Петроглиф», «Виктория плюс», М.: «ЧеРо» 2025.
5. Дидактические материалы по геометрии. 10-11 класс / Зив Б.Г. - М.: Просвещение, 2024.
6. ЕГЭ 2024. Математика. Типовые экзаменационные варианты: 30 вариантов. Под ред. Семенова А.Л., Ященко И.В. Серия «ЕГЭ-2025. ФИПИ — школе». М.: Национальное образование, 2024 - 192 с.
7. ЕГЭ 2025. Математика. Контрольные тренировочные материалы с ответами и комментариями. Нейман Ю.М. и др. М.; СПб.: Просвещение, 2025 - 96 с.

#### **Интернет-источники:**

Открытый банк задач ЕГЭ: <http://mathege.ru>

Он-лайн тесты:

<http://uztest.ru/exam?idexam=25>

<http://egeru.ru>

<http://reshuege.ru/>