


Муниципальное бюджетное образовательное учреждение «Средняя общеобразовательная школа №54 с углубленным изучением отдельных предметов» Авиастроительного района города Казани

**«Рассмотрено»**

Руководитель ШМО

 / И.Ф.Юнусова /

Протокол № 1 от

« 28 » августа 2023 г.

**«Согласовано»**

Заместитель директора по УР

МБОУ «Школа № 54»

 /Р.Г.Гимадиева/

« 28 » августа 2023 г.



**«Утверждаю»**

Директор МБОУ «Школа № 54»

 Т.Н. Хайруллина/

Приказ № 231-о от

« 29 » августа 2023 г.

***Рабочая программа***  
**по курсу «Задачи с параметрами»**  
**для 10 а класса**

МБОУ «Средняя общеобразовательная школа №54  
с углубленным изучением отдельных предметов»

Авиастроительного района города Казани РТ

Учитель: Юнусова Ирина Фоатовна

(учитель высшей квалификационной категории)

Рассмотрено на заседании

педагогического совета

протокол № 1 от

« 29 » августа 2023 г.

## Пояснительная записка

Нормативная база для составления программы:

1. Федеральный закон Российской Федерации от 29 декабря 2012 г. №273-ФЗ «Об образовании в Российской Федерации»;
2. Приказ МО и Н РФ «Об утверждении федерального компонента государственных образовательных стандартов начального общего, основного общего и среднего (полного) общего образования» от 5 марта 2004 г. № 1089

Основным направлением модернизации математического школьного образования является отработка механизмов итоговой аттестации через введение единого государственного экзамена. В заданиях ЕГЭ по математике с развернутым ответом (часть С) определенное место занимают задачи с параметрами. Появление таких заданий на экзаменах далеко не случайно, т.к. с их помощью проверяется техника владения формулами элементарной математики, методами решения уравнений и неравенств, умение выстраивать логическую цепочку рассуждений, уровень логического мышления учащегося и их математической культуры. Многообразие задач с параметрами охватывает весь курс школьной математики. Владение приемами решения задач с параметрами можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. Задачи с параметрами дают прекрасный материал для настоящей учебно-исследовательской работы.

Решению задач с параметрами в школьной программе уделяется мало внимания. Большинство учащихся либо вовсе не справляются с такими задачами, либо приводят громоздкие выкладки. Причиной этого является отсутствие системы заданий по данной теме в школьных учебниках. В связи с этим возникла необходимость в разработке и проведении элективного курса для старшеклассников по теме: «Решение задач с параметрами».

**Целью** данного курса является подготовка учащихся к ЕГЭ, к продолжению образования в вузе, а также к участию в математических олимпиадах.

**Задачи** курса:

- Формирование у учащихся умения и навыков по решению задач с параметрами.
- Активизация исследовательской и познавательной деятельности учащихся.
- Развитие у учащихся интереса к предмету.
- Совершенствование навыков самостоятельной творческой работы.

Данный курс рассчитан для учащихся 10 класса. Объем курса – **34 часа**.

**Форма обучения:** коллективная, групповая.

**Технологии обучения:** проблемное обучение, технология деятельностного метода.

**Методы обучения:** лекция, беседа, практикум, самостоятельная работа.

### ***Лекция – нетрадиционная форма проведения***

Проблемная лекция начинается с вопросов, с постановки проблемы, которую в ходе изложения материала необходимо решить. Проблемные вопросы отличаются от не проблемных тем, что скрытая в них проблема требует не однотипного решения, то есть, готовой схемы решения в прошлом опыте нет. Для ответа на него требуется размышление, когда для не проблемного существует правило, которое нужно знать.

#### ***С помощью проблемной лекции обеспечивается достижение трех основных дидактических целей:***

1. усвоение учащимися теоретических знаний;
2. развитие теоретического мышления;
3. формирование познавательного интереса к содержанию учебного предмета.

Успешность достижения цели проблемной лекции обеспечивается взаимодействием учителя и учащихся. Основная задача учителя состоит не только в передаче информации, а в приобщении учащихся к объективным противоречиям развития научного знания и способам их разрешения. Это формирует мышление учащихся, вызывает их познавательную активность. В сотрудничестве с учителем учащиеся узнают новые знания, постигают теоретические особенности своей профессии.

Педагог должен использовать во время лекции такие средства общения, которые обеспечивают наиболее эффективную передачу самой личности педагога. Так как, чем ближе педагог к некоторому образцу профессионала, тем больше влияние учителя на учащихся и тем легче достигаются результаты обучения.

В отличие от содержания информационной лекции, которое предлагается учителем в виде известного, подлежащего лишь запоминанию материала, на проблемной лекции новое знание вводится как неизвестное для учащихся. Полученная информация усваивается как личностное открытие еще не известного для себя знания. Что позволяет создать у учащихся иллюзию «открытия» уже известного в науке.

Проблемная лекция строится таким образом, что познания учащихся приближаются к поисковой, исследовательской деятельности. Здесь участвуют мышление учащихся и его личностное отношение к усваиваемому материалу.

В течение лекции мышление учащихся происходит с помощью создания преподавателем *проблемной ситуации* до того, как они получают всю необходимую информацию, составляющую для них новое знание. В традиционном обучении поступают наоборот – вначале дают знания, способ или алгоритм решения, а затем примеры, на которых можно поупражняться в применении этого способа. Таким образом, учащиеся самостоятельно пробуют найти решение проблемной ситуации.

Компонентами проблемной ситуации являются объект познания (материал лекции) и субъект познания (учащиеся), процесс мыслительного взаимодействия субъекта с объектом и будет познавательной деятельностью, усвоение нового, неизвестного еще для учащегося знания, содержащееся в учебной проблеме<sup>1</sup>.

Лекция строится таким образом, чтобы обусловить появление вопроса в сознании учащегося. Учебный материал представляется в форме учебной проблемы. Она имеет логическую форму познавательной задачи, отмечающей некоторые противоречия в ее условиях и завершающейся вопросами, которые это противоречие объективирует. Проблемная ситуация возникает после обнаружения противоречий в исходных данных учебной проблемы. Для проблемного изложения отбираются важнейшие разделы курса, которые составляют основное концептуальное содержание учебной дисциплины, являются наиболее важными и наиболее сложными для усвоения учащимися.

Учебные проблемы должны быть доступными по своей трудности для учащихся, они должны учитывать познавательные возможности обучающихся, исходить из изучаемого предмета и быть значимыми для усвоения нового материала и развития личности.

Чем выше степень диалогичности лекции, тем больше она приближается к проблемной и тем выше ее ориентирующий, обучающий и воспитывающий эффекты. И, наоборот, чем ближе лекция к монологическому изложению, тем в большей мере она приближается к информационной.

Итак, лекция становится проблемной в том случае, когда в ней реализуется *принцип проблемности*. При этом необходимо выполнение двух взаимосвязанных условий:

1. реализация принципа проблемности при отборе и дидактической обработке содержания учебного курса до лекции;
2. реализация принципа проблемности при развертывании этого содержания непосредственно на лекции.

Первое достигается разработкой преподавателем системы познавательных задач – учебных проблем, отражающих основное содержание учебного предмета; второе – построением лекции как диалогического общения учителя с учащимися.

Диалогическое общение может строиться как живой диалог учителя с учащимися по ходу лекции на тех этапах, где это целесообразно, либо как внутренний диалог (самостоятельное мышление), что наиболее типично для лекции проблемного характера. Во внутреннем диалоге

учащиеся вместе с учителем ставят вопросы и отвечают на них или фиксируют вопросы в конспекте для последующего выяснения в ходе самостоятельных заданий, индивидуальной консультации с учителем или же обсуждения с другими учащимися, а также на семинаре.

Диалогическое общение является необходимым условием для развития мышления учащихся, поскольку по способу своего возникновения мышление диалогично<sup>2</sup>. Для диалогического включения учителя с учащимися необходимы следующие условия:

1. учитель входит в контакт с учащимися не как "законодатель", а как собеседник, пришедший на лекцию "поделиться" с ними своим личностным содержанием;
2. учитель не только признает право учащегося на собственное суждение, но и заинтересован в нем;
3. новое знание выглядит истинным не только в силу авторитета учителя, ученого или автора учебника, но и в силу доказательства его истинности системой рассуждений;
4. материал лекции включает обсуждение различных точек зрения на решение учебных проблем, воспроизводит логику развития науки, ее содержания, показывает способы разрешения объективных противоречий в истории науки;
5. общение с учащимися строится таким образом, чтобы подвести их к самостоятельным выводам, сделать соучастниками процесса подготовки, поиска и нахождения путей разрешения противоречий, созданных самим же учителем;
6. учитель строит вопросы к вводимому материалу и отвечает на них, вызывает вопросы у учащихся и стимулирует самостоятельный поиск ответов на них по ходу лекции. Добивается того, что учащийся думает совместно с ним.

Способность к самостоятельному мышлению формируется у учащихся в активном участии различных формах живого речевого общения. Для этого лекции проблемного характера необходимо дополнять семинарскими занятиями, организуемых в виде дискуссии и диалогическими формами самостоятельной совместной работы учащихся.

Для управления мышлением учащихся на проблемной диалогической лекции используются заранее составленные учителем проблемные и информационные вопросы.

*Проблемные вопросы* – это вопросы, ответ на которые не содержится ни в прежних знаниях учащихся, ни в наличной предъявляемой информации (запись на доске, таблицы на стене и т.п.) и которые вызывают интеллектуальные затруднения у учащихся. Проблемные вопросы содержат в себе еще не раскрытую проблему, область неизвестного, новые знания, для добывания которых необходимо какое-то интеллектуальное действие, определенный целенаправленный мыслительный процесс.

*Информационные вопросы* ставятся с целью актуализировать уже имеющиеся знания у учащихся, необходимые для понимания проблемы и начала умственной работы по ее разрешению. Информационные вопросы направлены к тем знаниям учащихся, которые они уже имеют<sup>3</sup>.

С помощью сочетания проблемных и информационных вопросов преподаватель может учитывать и развивать индивидуальные особенности каждого учащегося.

В диалогическом общении учителя и учащихся вопросы должны содержать следующие функции:

1. в вопросе отражается результат предшествующего мыслительного анализа условий решения задачи, отделения понятного от непонятного, известного от неизвестного;
2. указывает на искомое задачи и область поиска неизвестного проблемной ситуации (например, неизвестный пока учащимся способ анализа условий, решения задачи и т.п.);
3. ставит это неизвестное на структурное место цели познавательной деятельности учащихся и тем самым оказывается фактором управления этой деятельностью;
4. является средством вовлечения учащихся в диалогическое общение, в совместную с учителем мыслительную деятельность по нахождению решения познавательной задачи.

Проблемные лекции активизируют учебно-познавательную деятельность учащихся, их самостоятельную классную и внеклассную работу, усвоение знаний и применение их на практике.

**В результате изучения курса** учащийся должен:

**знать:**

основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений и неравенств с параметрами;

**уметь:**

проводить полное обоснование при решении задач с параметрами.

### Календарно-тематическое планирование

№ п/п	Наименование темы	Всего часов	В том числе		Виды деятельности учащихся	Дата по плану	Дата фактически
			Лекция	Практика			
1.	Понятие задачи с параметром.	1 час	1 час		Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог.		
2.	Линейные уравнения и сводимые к линейным уравнения с параметром	1 час		1 час	Самостоятельная, групповая, индивидуальная работа.		
3.	Линейные неравенства с параметром.	1 час		1 час	Самостоятельная, групповая, индивидуальная работа		
4.	Линейные системы неравенств с параметром.	2 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
5.	Квадратное уравнение, содержащее параметр.	2 часа	1 час	1 час	Самостоятельная, групповая ,индивидуальная работа		
6.	Расположение корней квадратного трехчлена.	2 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
7.	Квадратные неравенства с параметром.	2 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
8.	Использование графических иллюстраций в задачах с параметром.	4 часа	2 часа	2 часа	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		

9.	Неравенство с двумя переменными. Метод областей и его применение в задачах с параметром.	3 часа	1 час	2 часа	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
10.	Инвариантные выражения. Использование инвариантности выражений для решения задач с параметром.	2 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
11.	Использование ограниченности множества значений функции при решении задач с параметром.	3 часа	1 час	2 часа	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
12.	Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.	3 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
13.	Тригонометрия и параметры	2 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
14.	Задачи с параметром, содержащие модуль.	3 часа	1	2 часа	Самостоятельная, групповая, индивидуальная работа		
15.	Использование производной в задачах с параметром.	2 часа	1 час	1 час	Ставят или фиксируют вопросы, которые появляются во время лекции, вступают в диалог, решают проблему.		
	Итоговая контрольная работа	1 час			Самостоятельная ,групповая ,индивидуальная работа		



## Содержание.

### **Тема 1.** Понятие задачи с параметром.

Определение параметра. Два основных вида задач с параметром. Решение простейших задач с параметрами. Форма ответов при решении задач с параметром.

### **Тема 2.** Линейные уравнения и сводимые к линейным уравнения с параметром.

Поиск решения линейных уравнений в общем виде. Исследование количества корней в зависимости от значений параметра. Решение уравнений, приводимых к линейным. Геометрическая интерпретация.

### **Тема 3.** Линейные неравенства с параметром.

Решение стандартных линейных неравенств, простейших неравенств с параметрами. Исследование полученного ответа. Обработка результатов, полученных при решении.

### **Тема 4.** Линейные системы с параметром. Метод Крамера.

Методы решения линейных систем. Метод подстановки. Метод сложения. Геометрическая интерпретация. Понятие определителя второго порядка. Метод Крамера и его применение при решении задач с параметром.

### **Тема 5.** Квадратное уравнение, содержащее параметр.

Актуализация знаний о квадратном уравнении. Исследование количества корней, в зависимости от дискриминанта. Использование теоремы Виета.

### **Тема 6.** Расположение корней квадратного трехчлена.

Теоремы о расположении корней квадратного трехчлена относительно одного и двух чисел. Их графическая интерпретация. Применение теорем к задачам с параметром.

### **Тема 7.** Квадратные неравенства с параметром.

Применение метода интервалов. Использование графических иллюстраций. Решение квадратичных неравенств с параметром и неравенств к ним сводимых.

**Тема 8.** Использование графических иллюстраций в задачах с параметром.

Координатная плоскость  $xOy$ . Графическая интерпретация функций с параметром как семейства графиков. Преобразования графиков функций. параллельный перенос. Поворот. Зеркальное отображение. Использование формулы расстояния между двумя точками плоскости в координатах.

Координатная плоскость  $xOa$  или  $aOy$ .

**Тема 9.** Неравенства с двумя переменными. Метод областей и его применение в задачах с параметром.

Метод областей для построения графической иллюстрации решений неравенства с двумя переменными. использование метода областей в задачах с параметром в координатной плоскости  $xOa$  или  $aOy$ .

**Тема 10.** Инвариантные выражения. Использование инвариантности выражений для решения задач с параметром.

Инвариантность относительно знака переменной. Инвариантность относительно перестановки переменных  $x$  и  $y$ . Применение свойства инвариантности выражений при решении задач с параметром.

**Тема 11.** Использование ограниченности множества значений функции при решении задач с параметром.

Область значений функции. Нахождение области значений элементарных функций и их композиций. Использование неотрицательности

функций. Применение неравенств  $\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_n}{n} \geq \sqrt[n]{a_1 a_2 \dots a_n}$ ,  $\left|x + \frac{1}{x}\right| \geq 2$ ,  $|a \sin x + b \cos x| \leq \sqrt{a^2 + b^2}$ .

**Тема 12.** Иррациональные, показательные и логарифмические уравнения и неравенства с параметром.

Свойства степеней и показательной функции. Решение иррациональных уравнений и неравенств, содержащих параметры. Решение показательных уравнений и неравенств, содержащих параметры. Свойства логарифмов и логарифмической функции. Решение логарифмических уравнений и неравенств с параметрами. Применение различных методов решения.

**Тема 13.** Тригонометрия и параметры.

Использование основных свойств тригонометрических функций в задачах с параметрами. Область значений тригонометрических функций. Тригонометрические уравнения, содержащие параметр. Тригонометрические неравенства, содержащие параметр.

**Тема 14.** Задачи с параметром, содержащие модуль.

Использование ранее рассмотренных методов к решению задач с параметром и модулем. Построение графиков функций, содержащих модуль. Использование монотонности функции, содержащей модуль.

**Тема 15.** Использование производной в задачах с параметром.

Применение методов дифференциального исчисления к решению задач с параметром. Касательная к графику функции. Критические точки. Монотонность. Наибольшее и наименьшее значения функции. Построение графиков функций.

## **Литература**

Прокофьев А.А., Корянов А.Г. Математика ЕГЭ 2012. Функция и параметр ( типовые задания С5), [www.alexlarin.net](http://www.alexlarin.net)

Субханкулова С.А. Задачи с параметрами. Илекса, Москва, 2010.

Математика. Задачи М.И.Сканави. - Минск; В.М.Скакун,1998г.

Нырко В.А., Табуева В.А. Задачи с параметрами. - Екатеринбург; УГТУ,2001.

Ястребинецкий Г.А. Задачи с параметрами. – М. Просвещение, 1988г

Потапов М.К., Олехник С.Н., Нестеренко Ю.В. Уравнения и неравенства с параметрами. Издат МГУ, 1992г

Горбачев В.И. Методы решения уравнений и неравенств с параметрами, Брянск, 1999

Материалы по подготовке к ЕГЭ 2023-2024 г

## **Заключение**

Введение элективного курса «Решение задач с параметрами» необходимо учащимся в наше время, как при подготовке к ЕГЭ, так и для продолжения образования в вузе. Владение приемами решения задач с параметром можно считать критерием знаний основных разделов школьной математики, уровня математического и логического мышления. Решение задач, уравнений с параметрами, открывает перед учащимися значительное число эвристических приемов общего характера, ценных для математического развития личности, применяемых в исследованиях и на любом другом математическом материале. Именно такие задачи играют большую роль в формировании логического мышления и математической культуры у школьников, Поэтому учащиеся, владеющие методами решения задач с параметрами, успешно справляются с другими задачами.

## Приложение

### Дидактические материалы к занятиям

#### Занятие 1. Понятие задачи с параметром.

- 1) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-a}{x-a-1} \leq 0$ .
- 2) Для каждого значения параметра  $a$  решите неравенство  $\frac{x-1}{x-a} > 0$ .
- 3) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $(a^2 - 1)x - (2a^2 + a - 3) = 0$ .
- 4) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых корень уравнения  $15x - 7a = 2 + 6a - 3ax$  меньше 2.
- 5) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 + 2(a+1)x + 2a = 0$ .
- 6) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  $\frac{x}{m(x+1)} - \frac{2}{x+2} = \frac{3-m^2}{(x+1)(x+2)m}$ .

#### Домашнее задание:

- 1) Решите уравнение при всех значениях параметра  $a$ :  $ax^2 = a(x+2) - 2$
  - 2) Найти все значения параметра  $b$ , при каждом из которых корень уравнения меньше 1.
  - 3) Определите все значения  $k$ , при которых корни уравнения положительны.
  - 4) Решите уравнение при всех значениях параметра  $m$ :  $mx^2 + 3mx - (m+2) = 0$ .
- 

#### Занятие 8 . Расположение корней квадратного уравнения.

- 1) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых корни уравнения  $(a-1)x^2 - (2a+1)x + 2 + 5a = 0$  больше 1.
- 2) Найдите все значения параметра  $p$ , при которых уравнение  $p9^x - 4 \cdot 3^x + 1 = 0$  имеет единственный корень.

3) Найдите все целые значения параметра  $a$ , при которых уравнение имеет хотя бы одно решение.

4) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $x - 2\sqrt{x-2} - 2 = a$  имеет единственное решение.

**Домашнее задание.**

1) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $(a-2)x^2 - 2ax + a + 3 = 0$  заключены в интервале  $(1;3)$ .

2) Найдите все значения параметра  $a$ , при которых уравнение имеет корни, удовлетворяющие условию  $x_1 < a < x_2$ .

3) При каких значениях параметра  $a$  корни уравнения  $x^2 - 2(a-1)x + 2a + 1 = 0$  имеют разные знаки и оба по абсолютной величине меньше 4?

4)(ЕГЭ, 2010, С5) Найдите все значения параметра  $a$ , при каждом из которых уравнение  $36^x - (8a+5)6^x + 16a^2 + 20a - 14 = 0$  имеет единственный корень.

---

## **Занятие 12 . Использование графических иллюстраций в задачах с параметром.**

Для каждого значения  $a$  определите количество корней уравнения:

2)  $|x + 1| = ax$

3) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $x^2 - |x^2 + 2x - 3| = a$  имеет более чем два корня.

4) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|3 - |x| - |x - 5|| = a$  имеет бесконечно много решений.

**Домашнее задание.**

Для каждого значения  $a$  определите количество корней уравнения:

1)2)  $||x| - 1| - 1| = a + 1$

3) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $|x^2 - 6x + 8| - |x^2 - 6x + 5| = a$  имеет а) ровно три корня, б) бесконечно много корней.

4) Найдите все значения  $a$ , при которых уравнение  $\frac{|x-2|}{x-2} = |x+a|$  имеет 1 корень.

---

### Занятие 17 . Метод областей.

1) Указать множество точек плоскости  $xOy$ , удовлетворяющих неравенству  $(x-y)(x-y^2+1) \geq 0$ .

2) Указать множество точек плоскости  $xOy$ , удовлетворяющих неравенству  $\frac{x-y-1}{x^2+y^2-5} \leq 0$ .

3) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует хотя бы одно решение системы  $\begin{cases} x^2 + (5a+2)x + 4a^2 + 2a \leq 0, \\ x^2 + a^2 = 4. \end{cases}$

4) Найти все значения параметра  $p$ , при каждом из которых множество решений неравенства  $(p-x^2)(p+x+2) \leq 0$  не содержит ни одного решения неравенства  $x^2 \leq 1$ .

### Домашнее задание.

1) Указать множество точек плоскости  $xOy$ , удовлетворяющих неравенству  $-1+x^2+2y^2-3xy+y \leq 0$ .

2) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из которых существует хотя бы одно решение системы  $\begin{cases} x^2 + (2-3a)x + 2a^2 - 2a < 0, \\ ax = 1. \end{cases}$

3) При каких значениях  $a$  неравенство  $\frac{(a-x)(x+3)}{2x^2-3x+7} > 0$  не имеет решений?

4) Найти все значения параметра  $a$ , при каждом из неравенства следует неравенство  $(a^2+a-2)x^2 - (a+5)x - 2 \leq 0$ .

---