

Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина

Рабочая тетрадь по алгебре

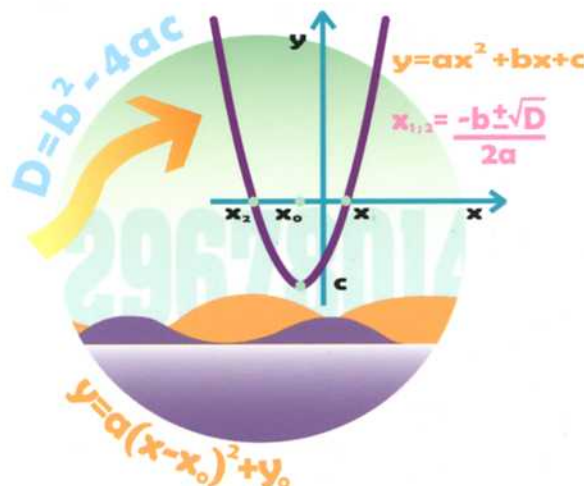
К учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 9 класс»

учени _____ класса _____

_____ школы _____

9

класс



АЛГЕБРА



Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина

Рабочая тетрадь по **АЛГЕБРЕ**

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др.
«Алгебра. 9 класс»
(М. : Просвещение)

9 класс

УДК 373:512
ББК 22.14я72
Е71

Имя автора и название цитируемого издания указаны на титульном листе данной книги (ст. 1274 п. 1 части четвертой Гражданского кодекса Российской Федерации).

Ерина Т. М.

- Е71 Рабочая тетрадь по алгебре: 9 класс: к учебнику Ю. Н. Макарычева и др. «Алгебра. 9 класс». ФГОС (к новому учебнику) / Т. М. Ерина, М. Ю. Ерина. — М. : Издательство «Экзамен», 2019. — 159, [1] с. (Серия «Учебно-методический комплект»)

ISBN 978-5-377-13966-9

Данное пособие полностью соответствует федеральному государственному образовательному стандарту (второго поколения).

Рабочая тетрадь является необходимым дополнением к школьному учебнику Ю. Н. Макарычева и др. «Алгебра. 9 класс» (издательство «Просвещение»), рекомендованному Министерством образования и науки Российской Федерации и включенному в Федеральный перечень учебников.

Авторами предложены разнообразные упражнения по всем темам, изложенным в учебнике, в том числе задания для закрепления изученного материала, задачи повышенной сложности, занимательные и развивающие задачи.

Выполнение теоретических и практических заданий рабочей тетради позволит каждому ученику лучше освоить материал учебника и применить полученные знания на практике.

В тетради имеются образцы для выполнения заданий. Нумерация и название пунктов рабочей тетради соответствуют нумерации и названию пунктов учебника.

Тетрадь предназначена для работы с учащимися общеобразовательных организаций.

Приказом № 699 Министерства образования и науки Российской Федерации учебные пособия издательства «Экзамен» допущены к использованию в общеобразовательных организациях.

УДК 373:512
ББК 22.14я72

Подписано в печать 14.12.2018. Формат 70х100/16.
Гарнитура «Школьная». Бумага офсетная. Уч.-изд. л. 4,6.
Усл. печ. л. 13. Тираж 10 000 экз. Заказ 9728/18

ISBN 978-5-377-13966-9

© Ерина Т. М., Ерина М. Ю., 2019
© Издательство «ЭКЗАМЕН», 2019

ОГЛАВЛЕНИЕ

П. 1. Функция. Область определения и область значений функции....	4
П. 2. Свойства функций.....	7
П. 3. Квадратный трёхчлен и его корни	10
П. 4. Разложение квадратного трёхчлена на множители	14
П. 5. Функция $y = ax^2$, её график и свойства	17
П. 6. Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$	22
П. 7. Построение графика квадратичной функции	27
П. 8. Функция $y = x^n$	33
П. 9. Корень n -й степени.....	37
П. 10. Целое уравнение и его корни	41
П. 11. Дробно рациональные уравнения	46
П. 12. Решение неравенств второй степени с одной переменной.....	53
П. 13. Решение неравенств методом интервалов.....	60
П. 14. Уравнение с двумя переменными и его график	69
П. 15. Графический способ решения систем уравнений.....	74
П. 16. Решение систем уравнений второй степени	79
П. 17. Решение задач с помощью систем уравнений второй степени.....	85
П. 18. Неравенства с двумя переменными	93
П. 19. Системы неравенств с двумя переменными	99
П. 20. Последовательности	106
П. 21. Определение арифметической прогрессии. Формула n -го члена арифметической прогрессии.....	111
П. 22. Формула суммы первых n членов арифметической прогрессии	117
П. 23. Определение геометрической прогрессии. Формула n -го члена геометрической прогрессии.....	121
П. 24. Формула суммы первых n членов геометрической прогрессии	126
П. 25. Примеры комбинаторных задач	131
П. 26. Перестановки	137
П. 27. Размещения	141
П. 28. Сочетания	145
П. 29. Относительная частота случайного события.....	150
П. 30. Вероятность равновероятных событий	154



П. 1. ФУНКЦИЯ. ОБЛАСТЬ ОПРЕДЕЛЕНИЯ И ОБЛАСТЬ ЗНАЧЕНИЙ ФУНКЦИИ

1. Прочитайте п. 1 учебника и закончите предложения:

- а) Функцией называют такую зависимость переменной _____ от переменной _____, при которой каждому значению переменной _____ соответствует _____ значение переменной _____.
- б) Все значения независимой переменной образуют _____.
- в) Все значения, которые принимает зависимая переменная, образуют _____.
- г) Графиком функции называется множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям _____, а ординаты _____.

2. Функция задана формулой $f(x) = -3x^2 + 15$.

Найдите:

- а) $f(-5) =$ _____; в) $f\left(\frac{1}{3}\right) =$ _____;
- б) $f(3) =$ _____; г) $f\left(-\frac{1}{5}\right) =$ _____.

3. Функция задана формулой $f(x) = \frac{3x-1}{3x+1}$.

Найдите:

- а) $f\left(-\frac{1}{3}\right) =$ _____; б) $f(3) =$ _____;
- в) $f(0,1) =$ _____; г) $f(-2) =$ _____.

4. Функция задана формулой $g(x) = x^2 + 4x - 5$.

Найдите:

- а) $g(-1) + g(1) = (-1)^2 + 4 \cdot (-1) - 5 + 1^2 + 4 \cdot 1 - 5 =$ _____;
- б) $g(-2) - g(1) =$ _____;
- в) $g(1) - g(0) =$ _____.

5. Найдите значение x , при котором функция, заданная формулой $\varphi(x) = 3,5x + 7$, принимает значение, равное:

а) 0; б) -3,5; в) 3,5; г) -7; д) -0,5; е) 21.

Решение: _____

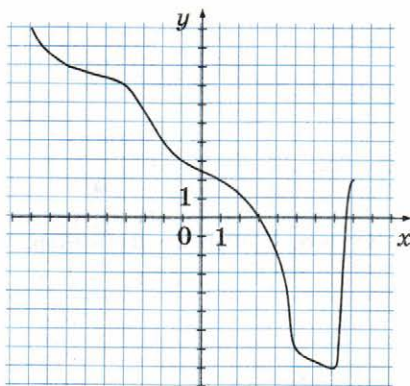
Ответ: а) _____ ; в) _____ ; д) _____ ;

б) _____ ; г) _____ ; е) _____ .

6. Заполните таблицу:

Функция	Область определения	Множество значений
$y = 5x^2$	$(-\infty; +\infty)$	$[0; +\infty)$
$y = -\frac{x}{4}$		
$y = \sqrt{x}$		
$y = 6 x $		
$y = \sqrt{x-5}$		

7. На рисунке изображён график функции $f(x)$, определённый на отрезке $[-9; 8]$. Используя график, закончите запись:



а) $f(-2) =$ _____

$f(1) =$ _____

$f(-4) =$ _____

$f(5) =$ _____ ;

б) $f(x) = 3$ при $x =$ _____

$f(x) = 8$ при $x =$ _____

$f(x) = 0$ при $x =$ _____

$f(x) = -8$ при $x =$ _____ ;

в) область значений функции: _____ .

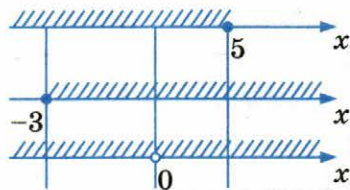
8. Найдите область определения функции, заданной формулой:

$$a) y = \frac{\sqrt{5-x} - \sqrt{3x+9}}{x};$$

$$б) y = \frac{\sqrt{14-2x} - \sqrt{x-6}}{2x-13}.$$

Решение:

$$a) \begin{cases} 5-x \geq 0, \\ 3x+9 \geq 0, \\ x \neq 0 \end{cases} \begin{cases} x \leq 5, \\ x \geq -3, \\ x \neq 0 \end{cases}$$



Ответ: $[-3; 0) \cup (0; 5]$.

б) _____

Ответ: _____.

9. Проверьте себя:

1) Функция задана формулой $y = -5x^2 + 1$.

Найдите

a) $f(-2) =$ _____ ; в) $f(3) =$ _____ ;

б) $f(0) =$ _____ ; г) $f\left(\frac{1}{5}\right) =$ _____ .

2) Известно, что $f(x) = -3x + 6$. Найдите значение x , при котором:

a) $f(x) = -15$ _____

б) $f(x) = 0$ _____

3) Найдите область определения функции:

a) $y = \frac{3x}{7-x}$ _____ ; в) $y = \frac{1}{x}$ _____ ;

б) $y = \sqrt{x-2}$ _____ ; г) $y = \sqrt{4-x}$ _____ .



П. 2. СВОЙСТВА ФУНКЦИЙ

1. Выполните деление чисел уголком, результат проверьте умножением.

а) $15385 : 17 =$ _____

$$\begin{array}{r} 15385 \overline{) 15385} \\ \underline{15385} \\ 00000 \end{array}$$

б) $4912 : 16 =$ _____

2. Прочитайте п. 2 учебника и закончите предложения:

а) Функция называется возрастающей на некотором промежутке, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует _____ значение функции.

б) Функция называется убывающей на некотором промежутке, если большему значению аргумента из этого промежутка соответствует _____ значение функции.

3. Покажите с помощью стрелок, какие из данных функций являются возрастающими, какие — убывающими.

$$y = -3x$$

$$y = 5x^3$$

$$y = -x^3$$

$$y = |x|$$

$$y = 2x + 1$$

Функция
возрастающая

Функция
убывающая

$$y = \sqrt{x}$$

$$y = -\frac{x}{3}$$

$$y = \frac{x}{7}$$

$$y = x^2$$

$$y = -6x + 7$$

4. Найдите нули функции (если они существуют):

Найдите:

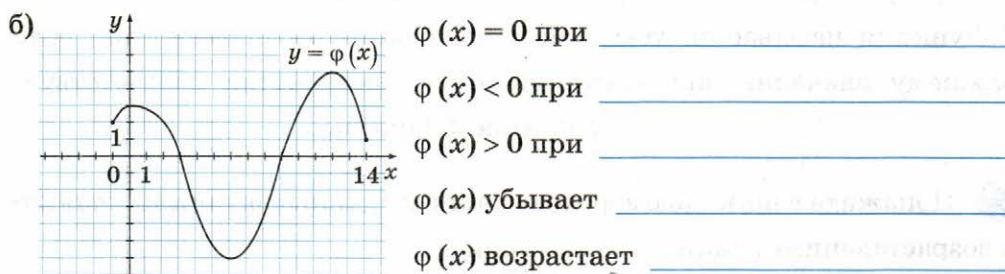
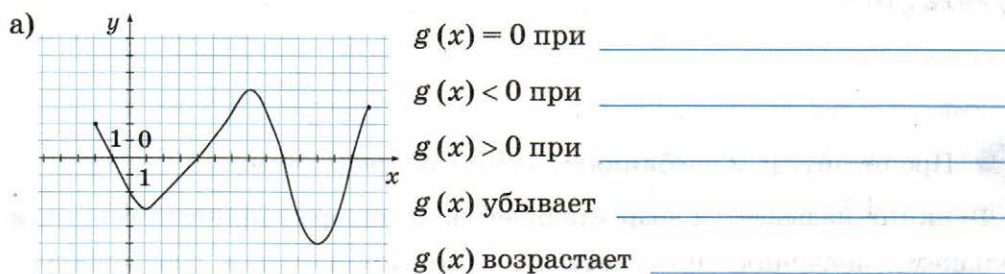
а) $y = 6 - 3x$ _____ ;

- б) $y = (5x - 15)(x + 2)$ _____ ;
 в) $y = \frac{3+x}{x-5}$ _____ ;
 г) $y = \sqrt{x-7}$ _____ .

5. На рисунке изображён график функции

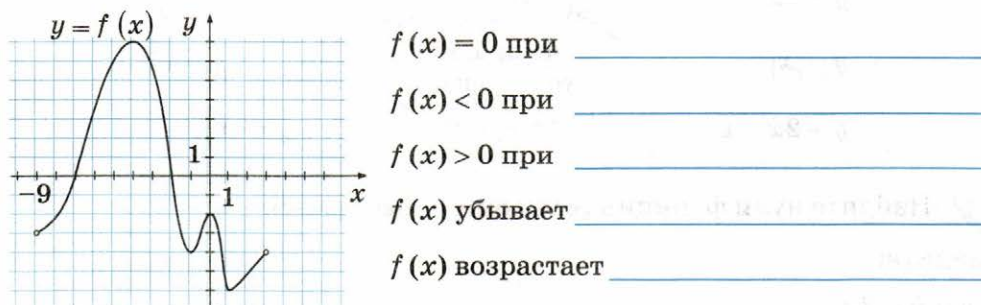
- а) $y = g(x)$, где $-2 \leq x \leq 14$;
 б) $y = \varphi(x)$, где $-1 \leq x \leq 14$.

Используя этот график, продолжите запись:

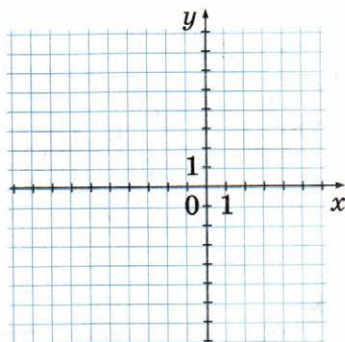


6. На рисунке изображён график функции $y = f(x)$, где $-9 < x < 3$.

Используя этот график, продолжите запись:

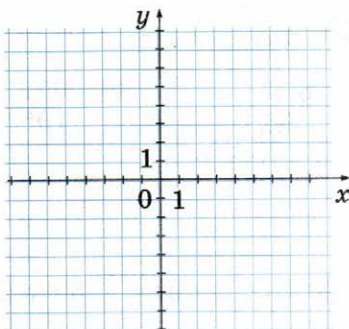


7. Начертите график какой-либо функции с областью определения $[-10; 6]$, нулями которой служат числа $-8, 2$ и 4 .

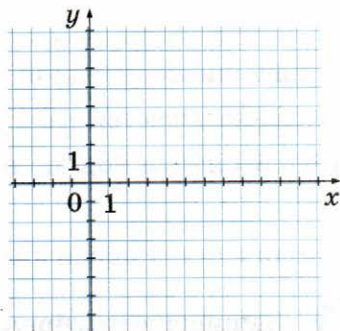


8. Начертите график какой-либо функции:

а) определённой на отрезке $[-8; 9]$, которая возрастает в промежутках $[-2; 3]$ и $[6; 9]$ и убывает в промежутках $[-8; -2]$ и $[3; 6]$.

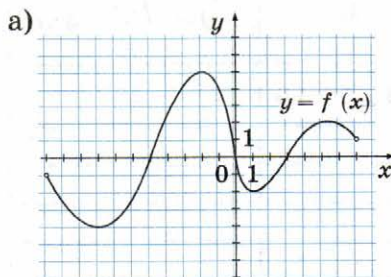


б) определённой на интервале $(-2; 12)$, которая убывает в промежутках $(-2; 3]$ и $[6; 7]$, и $[8; 11]$ и возрастает в промежутках $[3; 6]$ и $[7; 8]$, и $[11; 12)$.



9. Проверьте себя.

Опишите свойства функций, заданных на рисунках а), б):



область определения _____

область значений _____

$f(x) = 0$ при _____

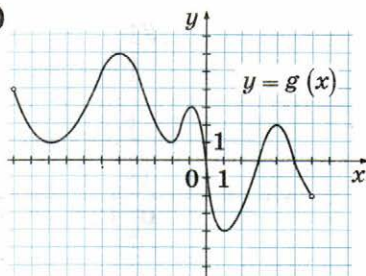
$f(x) > 0$ при _____

$f(x) < 0$ при _____

$f(x)$ возрастает _____

$f(x)$ убывает _____

б)



область определения _____
 область значений _____
 $g(x) = 0$ при _____
 $g(x) > 0$ при _____
 $g(x) < 0$ при _____
 $g(x)$ возрастает _____
 $g(x)$ убывает _____



П. 3. КВАДРАТНЫЙ ТРЁХЧЛЕН И ЕГО КОРНИ

1. Вычислите:

а) $\begin{array}{r} 608 \\ \times 76 \\ \hline \end{array}$

б) $\begin{array}{r} 957 \\ \times 105 \\ \hline \end{array}$

в) $\begin{array}{r} 9600 \\ \times 89 \\ \hline \end{array}$

г) $\begin{array}{r} 409 \\ \times 807 \\ \hline \end{array}$

2. Прочитайте п. 3 учебника и закончите предложения:

а) Квадратным трёхчленом называется _____.

б) Значение переменной, при котором квадратный трёхчлен обращается в нуль, называется его _____.

в) Чтобы найти корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, надо решить _____.

г) Количество корней квадратного трёхчлена зависит от _____.

3. Заполните таблицу.

№ п/п	Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$	a	b	c	$D = b^2 - 4ac$	$\sqrt{D} = \sqrt{b^2 - 4ac}$
1	$x^2 - 6x + 5$	1	-6	5	$(-6)^2 - 4 \cdot 1 \times 5 = 16$	4
2	$x^2 - 6x + 8$					
3	$2x^2 - 3x - 2$					
4	$-x^2 + 4x + 3$					
5	$16x^2 - 8x + 1$					
6	$6x^2 - x$					

4. Заполните таблицу.

№ п/п	Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$	$D = b^2 - 4ac$	Количество корней
1	$x^2 - 10x - 24$		
2	$x^2 + 8x - 1$		
3	$x^2 - 2x + 5$		
4	$4x^2 + 4x + 1$		
5	$-3x^2 + x - 2$		

5. Какие из чисел -1 , 2 , $3 + \sqrt{2}$, $2 - \sqrt{3}$ являются корнями квадратного трёхчлена $x^2 - 6x + 7$?

Решение: _____

Ответ: _____.

6. Найдите корни квадратного трёхчлена:

а) $-2x^2 + 5x + 3$

б) $x^2 - 5x + 3$

в) $x^2 - 5x + 6$

г) $-3x^2 - 48 - 24x$

д) $x^2 - 0,1x - 0,02$

е) $0,3x^2 - 2,7$

Ответ: а) _____ ; в) _____ ; д) _____ ;

б) _____ ; г) _____ ; е) _____.

7. Составьте какой-либо квадратный трёхчлен, корнями которого являются числа:

- а) 3 и 7 _____
 б) -4 и 9 _____
 в) $5 - \sqrt{3}$ и $5 + \sqrt{3}$ _____

8. Составьте какой-либо квадратный трёхчлен, корни которого:

- а) противоположны; б) обратны корням трёхчлена $3x^2 - 7x + 2$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

9. Закончите выделение квадрата двучлена из квадратного трёхчлена:

- а) $x^2 - 4x - 5 = x^2 - 2 \cdot 2x + 2^2 - 2^2 - 5 =$ _____;
 б) $x^2 + 14x + 3 = x^2 + 2 \cdot 7x + 7^2 - 7^2 + 3 =$ _____;
 в) $-x^2 + 12x = -(x^2 - 12x) = -(x^2 - 2 \cdot 6x + 6^2 - 6^2) =$ _____;
 г) $3x^2 - 24x + 27 = 3(x^2 - 8x + 9) = 3(x^2 - 2 \cdot 4x + 4^2 - 4^2 + 9) =$ _____.

10. Выделите квадрат двучлена из квадратного трёхчлена:

- а) $x^2 - 14x + 5 =$ _____;
 б) $-x^2 + 12x - 16 =$ _____.

11. Найдите значения a , при которых:

- а) квадратный трёхчлен $(a + 1)x^2 + 2(a - 3)x + a - 3$ не имеет корней;
 б) квадратный трёхчлен $(a - 5)x^2 - 2(a + 1)x + a$ имеет два корня.

Решение:

- а) _____

б) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

12. При каком значении x трёхчлен $-4x^2 + 12x + 20$ принимает наибольшее значение? Найдите это значение.

Решение: _____

Ответ: _____.

13. Участок прямоугольной формы, примыкающий к стене дома, требуется огородить с трёх сторон забором длиной 12 м. Какими должны быть размеры участка, чтобы площадь его была наибольшей?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Проверьте себя.

Найдите корни квадратного трёхчлена:

а) $x^2 + x - 6$;

в) $3x^2 - 5x - 2$;

б) $4x^2 - 8x + 3$;

г) $5x^2 + 8x - 9$.

Ответ: а) _____ ; б) _____ ;

в) _____ ; г) _____.



П. 4. РАЗЛОЖЕНИЕ КВАДРАТНОГО ТРЁХЧЛЕНА НА МНОЖИТЕЛИ

1. Вычислите: а) $\begin{array}{r} \times 247 \\ 489 \end{array}$

б) $\begin{array}{r} \times 358 \\ 637 \end{array}$

в) $87\,535 \overline{) 287}$

2. Прочитайте п. 4 учебника и закончите предложения:

а) Если x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$, то $ax^2 + bx + c =$ _____.

б) Если квадратный трёхчлен не имеет корней, то его _____ разложить на множители, являющиеся многочленами первой степени.

3. Заполните таблицу.

Квадратный трёхчлен $ax^2 + bx + c$	$D = b^2 - 4ac$	Корни квадратного трёхчлена $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	Разложение квадратного трёхчлена на множители: $a(x - x_1)(x - x_2)$
$x^2 - 6x + 5$			
$x^2 + 16x + 55$			
$-x^2 + 14x - 33$			
$-x^2 + 18x - 81$			

4. Разложите квадратный трёхчлен на множители:

а) $2x^2 - 7x + 5$;

б) $-3x^2 + 12x - 9$;

в) $-x^2 + x + 2$;

г) $x^2 - 6x + 9$.

Ответ: а) _____ ; в) _____ ; б) _____ ; г) _____.

5. Сократите дробь:

а) $\frac{x^2 + 2x - 63}{49 - x^2} =$ _____ ;

б) $\frac{8x - x^2}{x^2 - 3x - 40} =$ _____ ;

в) $\frac{6x^2 + x}{6x^2 - 17x - 3} =$ _____ ;

г) $\frac{5x^2 - 12x + 4}{25x^2 - 4} =$ _____ .

6. Выполните действия:

а) $\frac{x^2 + 11x + 30}{3x - 15} : \frac{x + 5}{x - 5};$

б) $\frac{x - 1}{x + 2} - \frac{1 - x}{x^2 + 3x + 2}.$

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

7. Сократите дробь и найдите её значение при указанном значении переменной:

а) $\frac{3x^2 - 3x - 6}{5x^2 - 15x - 20}$ при $x = -8$;

б) $\frac{-x^2 + 5x - 4}{x^2 - 16}$ при $x = -2,5$.

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

8. При каких значениях a можно сократить дробь:

а) $\frac{x^2 + x - 12}{x + a}$;

б) $\frac{x + a}{x^2 - 3x - 10}$?

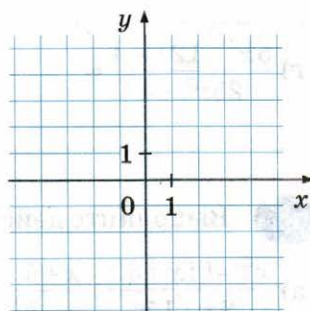
Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

9. Найдите область определения функции и постройте её график.

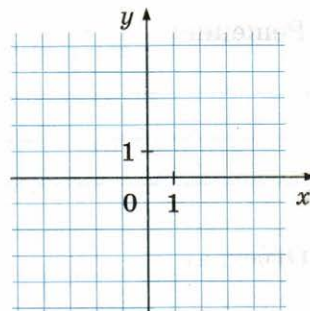
а) $y = \frac{x^2 + 2x - 15}{x + 5}$

$D(y) =$ _____



б) $y = \frac{-x^2 - 3x + 4}{x - 4}$

$D(y) =$ _____



10. Найдите все целые значения a , при которых квадратный трёхчлен можно разложить на множители, являющиеся многочленами первой степени с целыми коэффициентами.

а) $x^2 + 5x + a$;

б) $x^2 + 7x + a$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

11. Разложите на множители:

а) $x^2(x-4) - 2x(x-4) - 8(x-4) =$ _____

б) $5y^2(y^2-9) + 4y(y^2-9) - y^2 + 9 =$ _____

12. Проверьте себя.

Разложите на множители:

а) $x^2 - 4x - 60;$

б) $x^2 + 9x + 8;$

в) $y^2 + 11y + 18;$

г) $a^2 + 23a + 60.$



П. 5. ФУНКЦИЯ $y = ax^2$, ЕЁ ГРАФИК И СВОЙСТВА

1. Вычислите.

а) $\frac{0,8}{1 + \frac{1}{4}}$

б) $\left(\frac{3}{22} + \frac{2}{11}\right) : \frac{5}{33}$

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

2. Прочитайте п. 5 учебника и ответьте на вопросы:

а) Какая функция называется квадратичной?

б) Как называется график функции $y = ax^2$ ($a \neq 0$)?

в) Какими свойствами обладает функция $y = ax^2$ ($a > 0$)?

г) Какими свойствами обладает функция $y = ax^2$ ($a < 0$)?

д) Приведите пример функции, графиком которой является парабола $y = ax^2$, ветви которой направлены:

а) вверх _____ ; б) вниз _____ .

3. Определите направление ветвей параболы:

а) $y = 3x^2$ _____ ; в) $y = -4x^2$ _____ ;

б) $y = \frac{1}{7}x^2$ _____ ; г) $y = -\frac{1}{5}x^2$ _____ .

4. Функция задана формулой $y = 5x^2$.

а) Назовите независимую переменную _____ ;

б) назовите зависимую переменную _____ ;

в) вычислите $y(-4)$, $y(-3)$, $y(-2)$, $y(-1)$, $y(0)$, $y(1)$, $y(2)$, $y(3)$, $y(4)$.

Решение оформите в виде таблицы:

x	-4	-3	-2	-1	0	1	2	3	4
y					0	5			

5. Функция задана формулой $y = 0,25x^2$.

Вычислите $y(-10)$, $y(-4)$, $y(-2)$, $y(0)$, $y(2)$, $y(4)$, $y(10)$. Решение оформите в виде таблицы:

x									
y									

6. Дана функция $y = f(x)$, где $f(x) = -3x^2$. Запишите в математических обозначениях утверждение и проверьте, верно ли оно:

а) график функции проходит через точку $(-1; -3)$; _____

б) график функции пересекает ось y в точке, ордината которой равна нулю; _____

в) при $x = -4$ и $x = 4$ функция принимает равные значения _____;

г) при $x = -2$ значение функции больше, чем при $x = 1$ _____.

7. Функция задана формулой $y = f(x)$, где $f(x) = 3x^2$. Найдите значения аргумента x , при которых: а) $f(x) = 12$; б) $f(x) = 27$; в) $f(x) = 0$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

8. Постройте график функции $y = 2x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Закончите запись:

$D(y) =$ _____

$E(y) =$ _____

$y = 0$ при _____

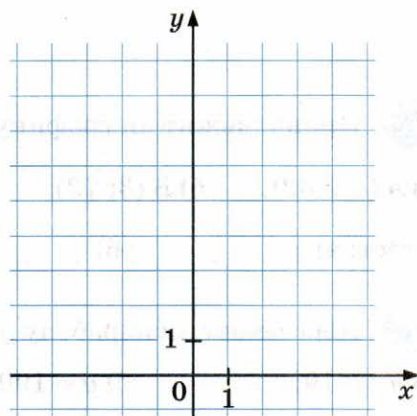
$y > 0$ при _____

$y < 0$ при _____

функция возрастает при _____

функция убывает при _____

график функции симметричен относительно _____



9. Постройте график функции $y = -x^2$.

x							
y							

Закончите запись:

$D(y) =$ _____

$E(y) =$ _____

$y = 0$ при _____

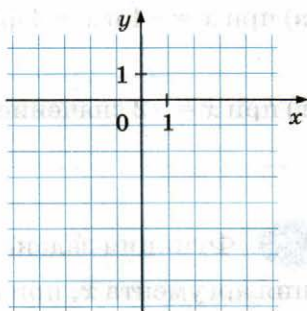
$y > 0$ при _____

$y < 0$ при _____

функция возрастает при _____

функция убывает при _____

график функции симметричен относительно _____



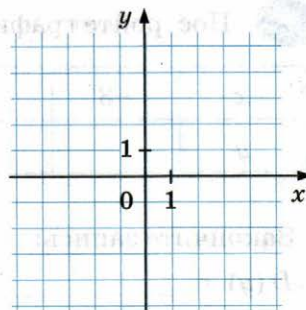
10. Покажите схематически, как расположен в координатной плоскости график функции:

а) $y = 0,71x^2$;

в) $y = 4x^2$;

б) $y = -10x^2$;

г) $y = -0,2x^2$.



11. Принадлежит ли графику функции $y = 8x^2$ точка:

а) $A(-2; 32)$; б) $B(3; 72)$; в) $C\left(\frac{1}{2}; -2\right)$; г) $D(-10; -800)$?

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

12. Пересекает ли параболу $y = 19x^2$ прямая:

а) $y = -19$;

б) $y = 1900$;

в) $y = 38$?

При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

13. Какой формулой задана функция, график которой симметричен относительно оси Ox графику функции:

а) $y = 5x^2$ _____

в) $y = 90x^2$ _____

б) $y = -\frac{1}{6}x^2$ _____

г) $y = -0,3x^2$? _____

14. Найдите координаты точек пересечения графиков функций:

а) $y = 3x^2$ и $y = 5x - 2$;

б) $y = -\frac{1}{3}x^2$ и $y = \frac{1}{3}x - 2$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

15. При каких значениях k парабола $y = -7x^2$ и прямая $y = kx + 8$ пересекаются в точке с абсциссой $x = 2$? Имеются ли другие точки пересечения графиков? При положительном ответе укажите координаты этих точек.

Решение: _____

Ответ: _____ .

16. Найдите значение a , если парабола $y = ax^2$ проходит через точку:

а) $A(-1; 1)$ _____ ;

б) $C(-3; -1)$ _____ .

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

17. Убывает ли на промежутке $(\infty; 0]$ функция:

а) $y = 5x^2$ _____ ; б) $y = -\frac{1}{4}x^2$ _____ ?

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

18. При каком значении k точка $(k; -7)$ принадлежит графику функции $y = -7x^2$?

Решение: _____

Ответ: _____ .

19. При каких значениях a областью значений функции $y = ax^2$ является промежуток:

- а) $[0; +\infty)$ _____ ;
 б) $(-\infty; 0]$ _____ ?

20. Проверьте себя.

Постройте график функции $y = -1,5x^2$.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
y							

Закончите запись:

$D(y) =$ _____

$E(y) =$ _____

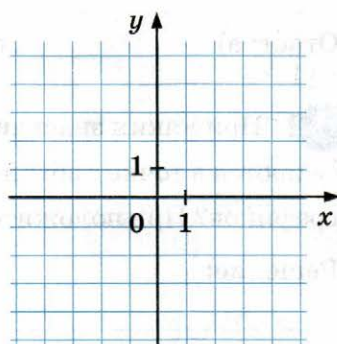
$y = 0$ при _____

$y > 0$ при _____

$y < 0$ при _____

функция возрастает при _____

функция убывает при _____



П. 6. ГРАФИКИ ФУНКЦИЙ $y = ax^2 + n$

И $y = a(x - m)^2$

1. Вычислите:

а) $(6,8 - 1,3) \cdot 7,2$;

б) $\frac{2}{5} - 0,52 \cdot \frac{5}{26}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 6 учебника и закончите предложения:

а) График функции $y = ax^2 + n$ является _____, которую можно получить из графика функции $y = ax^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси y на n единиц _____, если $n > 0$, или на $-n$ единиц _____, если $n < 0$.

б) График функции $y = a(x - t)^2$ является _____, которую можно получить из графика функции $y = ax^2$ с помощью параллельного переноса вдоль оси x на t единиц _____, если $t > 0$, или на $-t$ единиц _____, если $t < 0$.

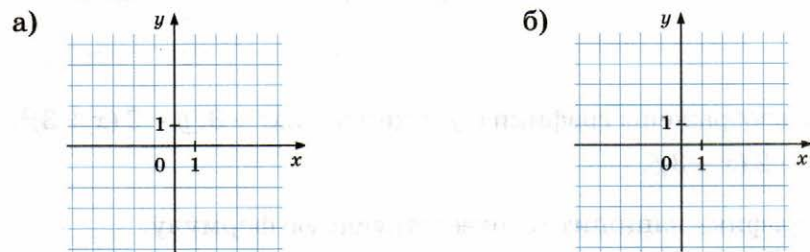
в) График функции $y = a(x - t)^2 + n$ является _____, которую можно получить из графика функции $y = ax^2$ с помощью двух параллельных переносов: вдоль оси x на t единиц _____, если $t > 0$, или на $-t$ единиц _____, если $t < 0$, и сдвига вдоль оси y на n единиц _____, если $n > 0$, или на $-n$ единиц _____, если $n < 0$.

3. Изобразите схематически график функции и задайте эту функцию формулой, если известно, что её график получен сдвигом вдоль оси y :

а) параболы $y = -2x^2$ на 3 единицы вверх;

б) параболы $y = 3x^2$ на 1,5 единицы вниз.

Решение:

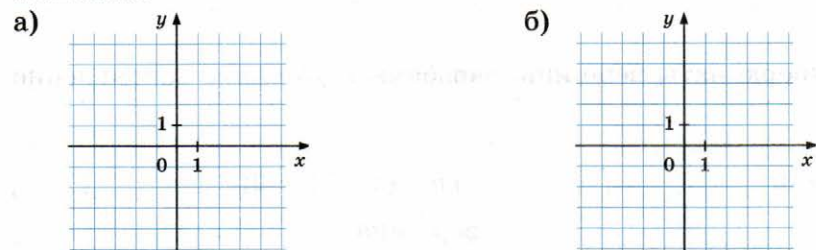


4. Изобразите схематически график функции и задайте эту функцию формулой, если известно, что её график получен сдвигом вдоль оси x :

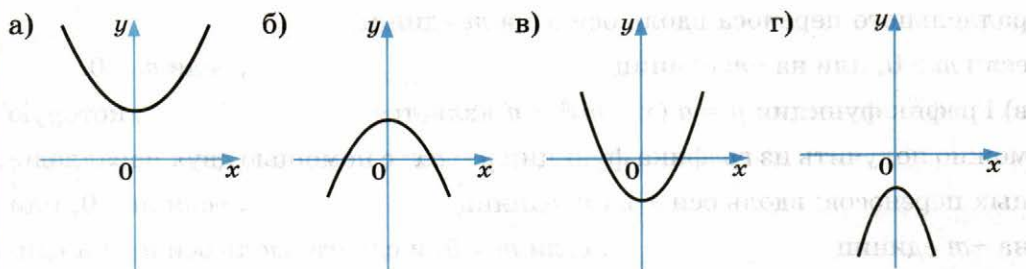
а) параболы $y = 2x^2$ на 3 единицы вправо;

б) параболы $y = -3x^2$ на 2 единицы влево.

Решение:



5. Для изображённых графиков функций вида $ax^2 + n$ укажите знаки коэффициентов a и n :



Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

6. Найдите координаты вершины параболы, заданной уравнением:

а) $y = (x + 4)^2$;

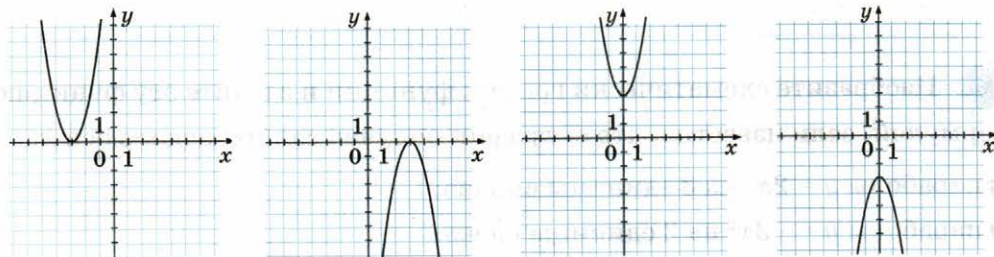
в) $y = -(x - 5)^2$;

б) $y = 3(x - 7)^2$;

г) $y = -2(x + 1)^2$.

7. На рисунке изображены графики функций $y = 2x^2 + 3$, $y = 2(x + 3)^2$, $y = -2x^2 - 3$ и $y = -2(x - 3)^2$.

Около каждого графика напишите соответствующую формулу.



8. Найдите координаты вершины параболы и укажите направление её ветвей:

а) $y = 4(x - 1)^2 + 3$;

в) $y = (x - 5)^2 - 2$;

вершина _____

вершина _____

ветви _____

ветви _____

б) $y = -(x + 2)^2 + 6$;

вершина _____

ветви _____

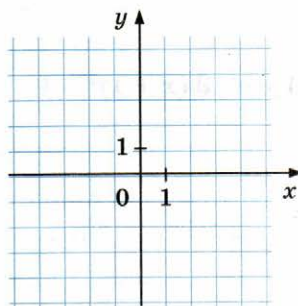
г) $y = -3(x + 2)^2 - 1$;

вершина _____

ветви _____

9. Изобразите схематически на одном чертеже графики функций $y = -\frac{1}{3}(x + 3)^2 + 2$ и $y = \frac{1}{3}(x - 2)^2 - 1$, определив предварительно для каждой параболы координаты вершины и направление ветвей.

Решение:



10. Не выполняя построений, запишите уравнение параболы, симметричной параболе $y = -\frac{1}{3}(x + 2)^2 - 1$ относительно:

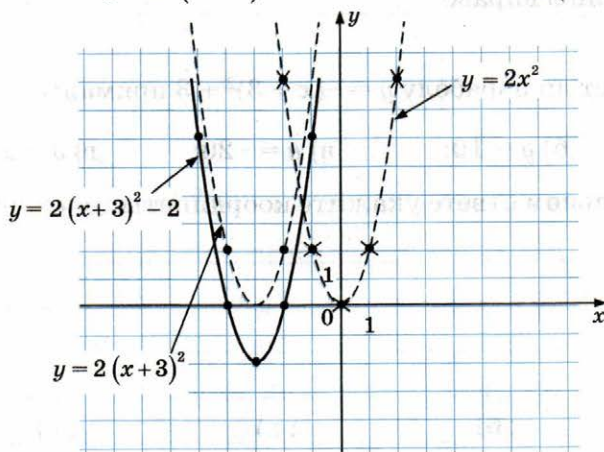
а) оси y : _____

б) оси x : _____

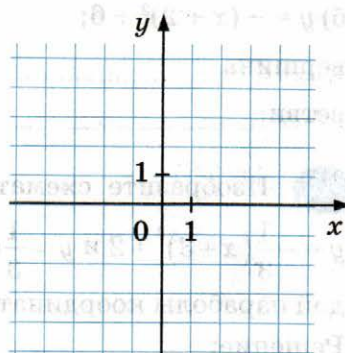
11. Постройте график функции, составив схему:

а) $y = 2(x + 3)^2 - 2$

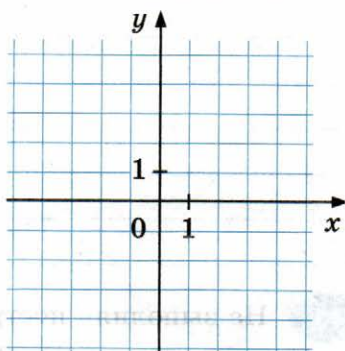
$y = 2x^2$ $\xrightarrow{\text{влево на 3 ед.}}$ $y = 2(x + 3)^2$ $\xrightarrow{\text{вниз на 2 ед.}}$ $y = 2(x + 3)^2 - 2$



б) $y = (x - 3)^2 + 4$



в) $y = -2(x + 1)^2 - 3$



12. Запишите уравнение параболы в виде $y = a(x + p)^2 + q$, если известно, что она получена:

- а) из параболы $y = x^2$ сдвигом вдоль оси y на 4 единицы вниз и вдоль оси x на 6 единиц влево _____ ;
 б) из параболы $y = -x^2$ сдвигом вдоль оси y на 7 единиц вверх и вдоль оси x на 2 единицы вправо _____ .

13. Пересекает ли параболу $y = -(x + 3)^2 + 3$ прямая:

- а) $y = -4$; б) $y = 10$; в) $y = -20$; г) $y = x$?

При положительном ответе укажите координаты точек пересечения.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

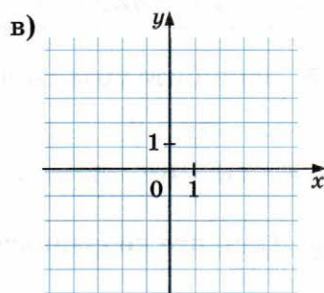
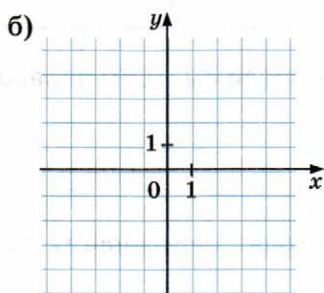
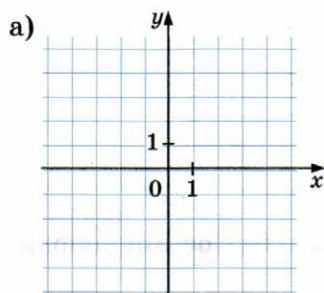
14. Проверьте себя.

Какие сдвиги параболы $y = x^2$ приводят к построению графика функции? Выполните схематический чертёж.

а) $y = (x + 6)^2$ _____

б) $y = (x - 4)^2 + 5$ _____

в) $y = (x + 5)^2 - 4$ _____



П. 7. ПОСТРОЕНИЕ ГРАФИКА КВАДРАТИЧНОЙ ФУНКЦИИ

1. Прочитайте п. 7 учебника и закончите предложения:

а) Графиком квадратичной функции является _____.

б) Чтобы построить график квадратичной функции, нужно:

- 1) найти координаты _____ параболы и отметить их в координатной плоскости;
- 2) построить ещё _____, принадлежащих _____;
- 3) соединить _____ плавной линией.

в) Абсциссу вершины параболы m находят по формуле _____.

г) Ординату вершины параболы n можно находить, _____ в формулу $y = ax^2 + bx + c$.

2. Заполните таблицу.

Уравнение параболы $f(x) = ax^2 + bx + c$	Координаты вершины $A(m; n)$		Направление ветвей
	$m = -\frac{b}{2a}$	$n = f(m)$	
$f(x) = x^2 + 8x - 2$	$m = -\frac{8}{2} = -4$	$n = (4)^2 + 8(-4) - 2 = -18$	вверх
$f(x) = x^2 + 14x + 1$			
$f(x) = 3x^2 - 18x + 1$			
$f(x) = -4x^2 + 32x - 5$			

3. Запишите уравнение оси симметрии параболы:

а) $y = x^2 - 4x + 2$ _____

б) $y = -3x^2 + 6x + 5$ _____

4. Найдите координаты точек пересечения параболы с осями координат:

а) $y = x^2 - 3x + 2$

с осью y : $x = 0$, $y = 0^2 - 3 \cdot 0 + 2$; $A(0; 2)$;

с осью x : $y = 0$, $x^2 - 3x + 2 = 0$; $x_1 = 1$, $x_2 = 2$; $B(1; 0)$; $C(2; 0)$.

б) $y = -2x^2 + 3x - 1$

с осью y : _____

с осью x : _____

в) $y = 3x^2 - 7x + 12$

с осью y : _____

с осью x : _____

г) $y = 5x^2 - 10x$

с осью y : _____

с осью x : _____

5. Постройте график функции:

а) $y = 2x^2 - 4x + 5$;

б) $y = x^2 + 4x + 6$;

в) $y = -\frac{1}{2}x^2 - 4x - 9$;

г) $y = -x^2 + 6x - 10$.

Решение:

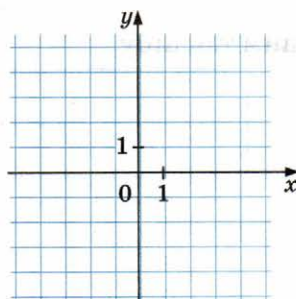
а) Найдём координаты вершины параболы $A(m; n)$:

$m =$ _____ ; $n =$ _____ .

Ветви параболы направлены _____ .

Заполним таблицу.

x						
y						



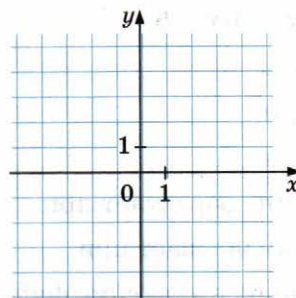
б) Найдём координаты вершины параболы $A(m; n)$:

$m =$ _____ ; $n =$ _____ .

Ветви параболы направлены _____ .

Заполним таблицу.

x						
y						



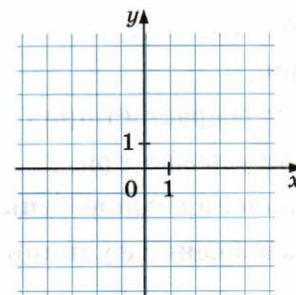
в) Найдём координаты вершины параболы $A(m; n)$:

$m =$ _____ ; $n =$ _____ .

Ветви параболы направлены _____ .

Заполним таблицу.

x						
y						



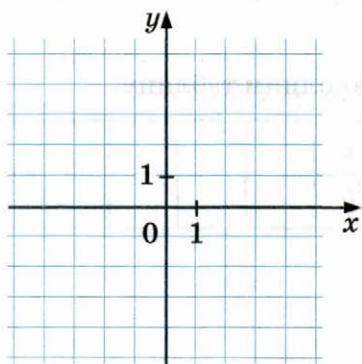
г) Найдём координаты вершины параболы $A(m; n)$:

$m =$ _____ ; $n =$ _____ .

Ветви параболы направлены _____ .

Заполним таблицу.

x						
y						



6. Постройте график функции и, используя этот график, продолжите запись:

а) $y = x^2 + 6x + 5$

$y = 0$ при _____ ;

$y > 0$ при _____ ;

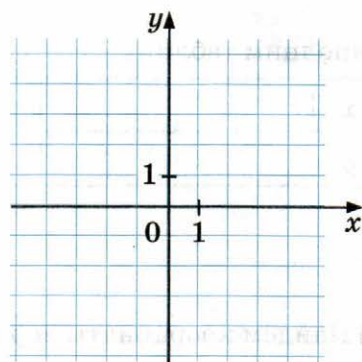
$y < 0$ при _____ ;

функция возрастает при _____ ;

функция убывает при _____ ;

наименьшее значение функции _____ ;

область значений функции _____ .



б) $y = -x^2 + 2x - 5$

$y = 0$ при _____ ;

$y > 0$ при _____ ;

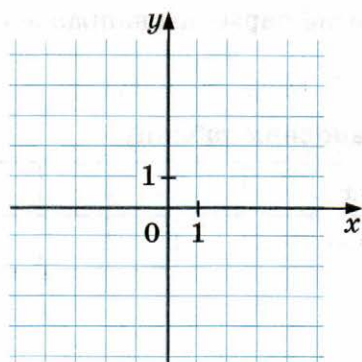
$y < 0$ при _____ ;

функция возрастает при _____ ;

функция убывает при _____ ;

наибольшее значение функции _____ ;

область значений функции _____ .



в) $y = x^2 + 4x + 4$

$y = 0$ при _____ ;

$y > 0$ при _____ ;

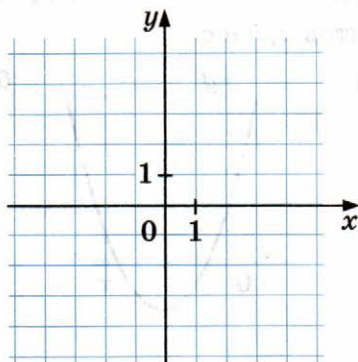
$y < 0$ при _____ ;

функция возрастает при _____ ;

функция убывает при _____ ;

наименьшее значение функции _____ ;

область значений функции _____ .



7. Как расположен относительно оси x график функции

$y = ax^2 + bx + c$, если

а) $a > 0, D > 0$;

г) $a < 0, D > 0$;

б) $a > 0, D = 0$;

д) $a < 0, D = 0$;

в) $a > 0, D < 0$;

е) $a < 0, D < 0$?

Ответ:

а) _____ x

г) _____ x

б) _____ x

д) _____ x

в) _____ x

е) _____ x

8. Запишите уравнение какой-нибудь параболы, вершина которой не лежит на оси y , целиком расположенной:

а) выше оси x _____

б) ниже оси x _____

9. Найдите значение c , при котором:

а) наименьшее значение функции $y = 9x^2 - 12x + c$ равно 4;

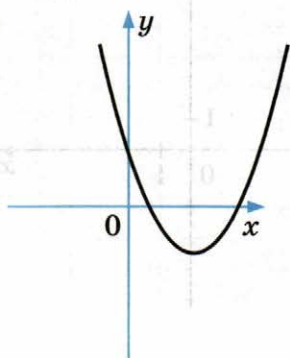
б) наибольшее значение функции $y = -3x^2 - 18x + c$ равно 12;

Решение: _____

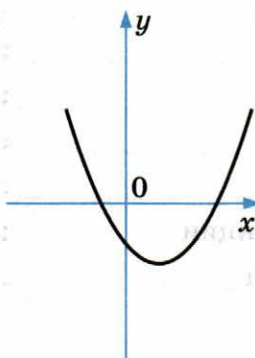
Ответ: а) _____ ; б) _____ .

10. Определите по графику функции $y = ax^2 + bx + c$ знаки коэффициентов a , b и c .

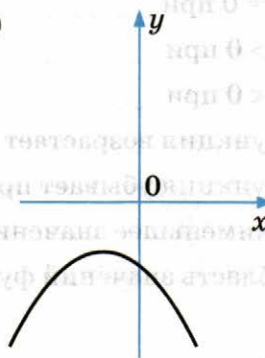
а)



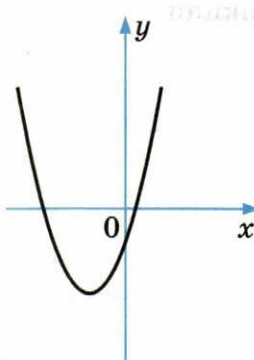
б)



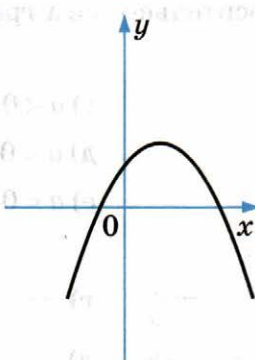
в)



г)



д)



Решение:

а) Ветви параболы направлены вверх, следовательно, $a > 0$. Так как $m = -\frac{b}{2a}$, $m > 0$ и $a > 0$, то $b < 0$. Так как при $x = 0$ $y = c$, а при $x = 0$ $y > 0$, то $c > 0$.

б)

в)

г)

д)

Ответ: а) $a > 0$, $b < 0$, $c > 0$; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ .

11. Проверьте себя:

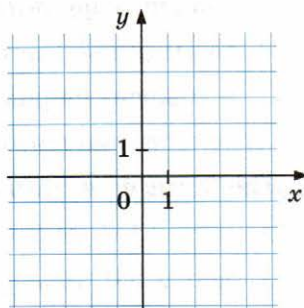
Постройте график функции

а) $y = x^2 - 6x + 11$;

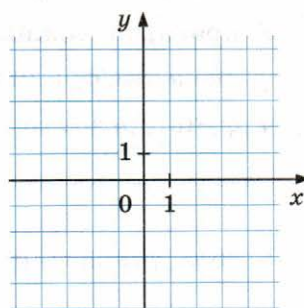
б) $y = -4x^2 + 8x - 3$.

Решение:

а) _____



б) _____



п. 8. ФУНКЦИЯ $y = x^n$

1. Вычислите.

а) $(6,8 - 1,3) \cdot 7,2$;

б) $\frac{2,7}{1,4 + 0,1}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 8 учебника и закончите предложения:

а) Функцию, заданную формулой $y = x^n$, где x — независимая переменная, а n — натуральное число, называют _____.

б) Свойства функции $y = x^n$ при чётном n :

1. если $x = 0$, то y _____ ;
2. если $x \neq 0$, то y _____ ;
3. противоположным значениям x соответствуют _____ значения функции;
4. функция возрастает в промежутке _____ и убывает в промежутке _____ ;
5. область значений функции _____ .

в) Свойства функции $y = x^n$ при нечётном n :

1. если $x = 0$, то y _____ ;
2. если $x > 0$, то y _____ ;
если $x < 0$, то y _____ .
3. противоположным значениям аргумента соответствуют _____ значения функции;
4. функция возрастает на _____

5. область значений функции _____

3. Функция задана формулой $f(x) = x^{10}$. Сравните:

а) $f(6,2)$ $f(9,3)$;

в) $f\left(-\frac{4}{5}\right)$ $f(-0,8)$;

б) $f(-6)$ $f(11)$;

г) $f(-3)$ $f(-7)$.

4. Функция задана формулой $g(x) = x^{15}$.

Поставьте знак $<$ или $>$, чтобы получилось верное неравенство:

а) $g\left(\frac{7}{13}\right)$ $g\left(\frac{9}{13}\right)$;

б) $g(-1,8)$ $g(-2,1)$;

в) $g(-2)$ $g(0)$.

5. Сравните.

а) 7^4 7^3 ;

в) $0,2^4$ $0,2^5$;

б) $0,3^4$ $0,3^6$;

г) $\frac{1}{1,1^4}$ $\frac{1}{1,1^5}$.

6. В каких четвертях расположен график функции?

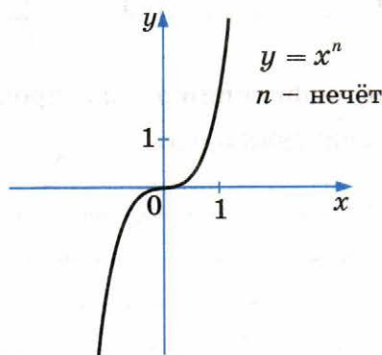
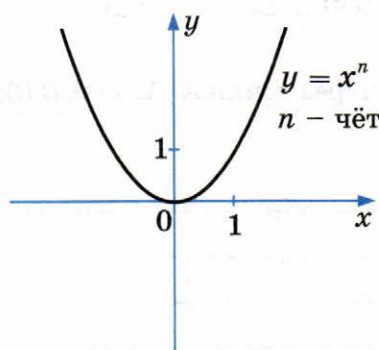
- а) $y = x^{102}$ _____ ; в) $y = x^{11}$ _____ ;
 б) $y = -x^{16}$ _____ ; г) $y = -x^7$ _____ .

7. Проходит ли график функции $y = x^5$ через точку:

- а) $A(2; 32)$ _____ ;
 б) $B(-2; 32)$ _____ ;
 в) $C(-2; -32)$ _____ ?

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

8. Пользуясь рисунками, выясните, сколько корней имеет уравнение:



- а) $x^{14} = 10$ _____ ; г) $x^{19} = -3$ _____ ;
 б) $x^{17} = -5$ _____ ; д) $x^{102} = -90$ _____ ;
 в) $x^{16} = -2$ _____ ; е) $x^{301} = 6$ _____ .

9. Решите уравнение:

а) $x^4 = 0,0625$;

в) $7x^6 - 7 = 0$;

б) $3x^5 = -96$;

г) $2x^3 = -0,432$;

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

10. Решите неравенства:

а) $x^3 > 27$;

г) $x^4 > 16$;

б) $x^3 < 8$;

д) $x^6 > -2$;

в) $x^4 < 81$;

е) $x^5 > 32$.

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ ; е) _____ .

11. График функции $y = ax^n$ проходит через точки $A(1; 2)$ и $B(3; 54)$.
Найдите значения a и n .

Решение: _____

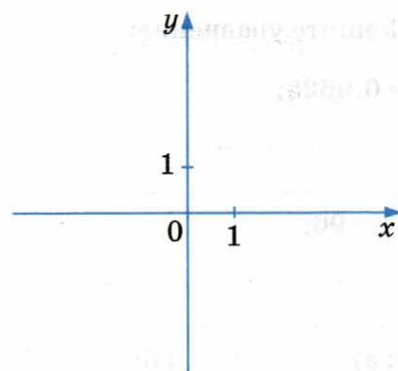
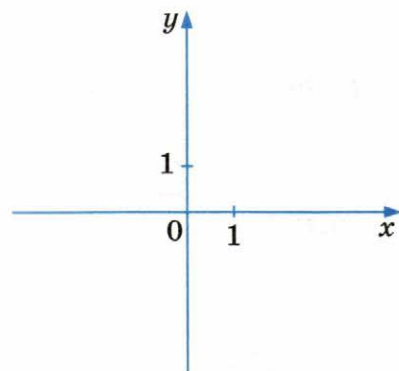
Ответ: _____ .

12. Проверьте себя.

1. Изобразите схематически график функции

а) $y = x^6$

б) $y = x^{15}$



2. Решите уравнения:

а) $x^3 = 0,001$;

в) $x^4 = 625$;

б) $x^5 = 32$;

г) $x^3 = -216$.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.



П. 9. КОРЕНЬ n -Й СТЕПЕНИ

1. Вычислите.

а) $3,21 : 0,3 + 2,42$;

б) $0,21 : \frac{3}{8} + \frac{11}{25}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

2. Прочитайте п. 9 учебника и закончите предложения:

а) Корнем n -й степени из числа a называется такое число, _____

б) Арифметическим корнем натуральной степени n из неотрицательно-
го числа a называется _____ число, n -я степень которого _____

3. Докажите, что верно равенство:

а) $\sqrt[3]{-125} = -5$;

г) $\sqrt[4]{0,0016} = 0,2$;

б) $\sqrt[5]{\frac{1}{32}} = \frac{1}{2}$;

д) $\sqrt[7]{-128} = -2$;

в) $\sqrt[17]{1} = 1$

е) $\sqrt{9 + 4\sqrt{5}} = \sqrt{5} + 2$.

Доказательство: _____

4. На рисунке построен график функции $y = x^3$. С помощью этого графика найдите:

а) $\sqrt[3]{-4} \approx$ _____ ;

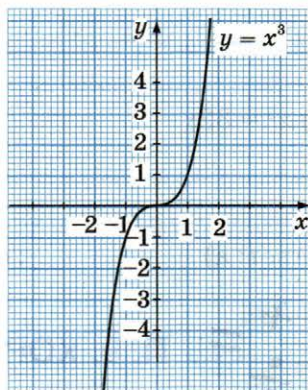
б) $\sqrt[3]{3} \approx$ _____ ;

в) $\sqrt[3]{-2,5} \approx$ _____ ;

г) $\sqrt[3]{2} \approx$ _____ ;

д) $\sqrt[3]{3,7} \approx$ _____ ;

е) $\sqrt[3]{1,5} \approx$ _____ .



5. Вычислите:

а) $\sqrt[5]{-100\,000} =$ _____ ; д) $\sqrt{\frac{169}{100}} =$ _____ ;

б) $\sqrt[7]{-\frac{1}{128}} =$ _____ ; е) $\sqrt[4]{\frac{256}{81}} =$ _____ ;

в) $\sqrt[4]{\frac{64}{625}} =$ _____ ; ж) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} =$ _____ ;

г) $\sqrt[5]{-\frac{1}{32}} =$ _____ ; з) $\sqrt[5]{-7\frac{19}{32}} =$ _____ .

6. Принадлежит ли графику функции $\sqrt[5]{x}$ точка:

а) $A(-32; 2)$; б) $B(243; 3)$; в) $C\left(-\frac{1}{243}; -\frac{1}{3}\right)$; г) $D(0,00032; -0,2)$?

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

7. Решите уравнение:

а) $\sqrt[3]{x} = -4$ _____ ; в) $\sqrt[5]{t} = -\frac{1}{3}$ _____ ;

б) $\sqrt[4]{y} = \frac{2}{3}$ _____ ; г) $\sqrt[3]{u} = 0,1$ _____ .

8. График функции $y = \sqrt[n]{x}$ проходит через точку $A(16; 2)$. Найдите значение n .

Решение: _____

Ответ: _____ .

9. Укажите два последовательных целых числа, между которыми заключено данное число:

а) _____ $< \sqrt{31} <$ _____

в) _____ $\sqrt{20}$ _____

б) _____ $< \sqrt{61} <$ _____

г) _____ $\sqrt[5]{-100}$ _____

10. Сравните числа:

а) $6\sqrt{5}$ и $5\sqrt{6}$

б) $7\sqrt{2}$ и $6\sqrt{3}$

Решение:

$6\sqrt{5} = \sqrt{\quad} = \quad,$

$5\sqrt{6} = \sqrt{\quad} = \quad,$

значит, $6\sqrt{5}$ ☐ $5\sqrt{6}$

Решение:

в) $5\sqrt{\frac{3}{5}}$ и $3\sqrt{\frac{5}{3}}$

г) $2\sqrt{\frac{1}{8}}$ и $\frac{1}{2}\sqrt{2}$

Решение:

Решение:

11. Вычислите.

а) $(\sqrt{45} - \sqrt{20}) : \sqrt{5} =$ _____ ;

б) $\sqrt[4]{5\frac{1}{16}} - \sqrt[3]{\frac{64}{125}} =$ _____ ;

в) $\sqrt[3]{-3\frac{3}{8}} + \sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$ _____ ;

г) $(\sqrt[3]{-5} - \sqrt[3]{-625}) : \sqrt[3]{5} =$ _____ ;

д) $7\sqrt[3]{-8} - \sqrt[5]{-32} =$ _____ ;

е) $4\sqrt[3]{\frac{1}{125}} - \sqrt[4]{\frac{81}{625}} =$ _____ ;

ж) $\sqrt{2\frac{14}{25}} - \sqrt[3]{\frac{64}{125}} + \sqrt[4]{0,0001} =$ _____ ;

$$з) \sqrt[3]{11-\sqrt{57}} \cdot \sqrt[3]{11+\sqrt{57}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$и) \sqrt[4]{17+\sqrt{33}} \cdot \sqrt[4]{17-\sqrt{33}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$к) \sqrt{3-2\sqrt{2}} \cdot \sqrt[4]{17+12\sqrt{2}} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

12. При каких значениях x имеет смысл выражение?

$$а) \sqrt{x-2} \quad \underline{\hspace{2cm}}; \quad в) \sqrt[3]{x} \quad \underline{\hspace{2cm}};$$

$$б) \sqrt[5]{x+1} \quad \underline{\hspace{2cm}}; \quad г) \sqrt[6]{5-x} \quad \underline{\hspace{2cm}}?$$

13. Рациональным или иррациональным является значение выражения?

$$а) \sqrt{500} - 6 - 10\sqrt{5} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$б) \sqrt{48} + 2 - 4\sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$в) \sqrt{27} + 6\sqrt{2} - \sqrt{162} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$г) 2\sqrt{28} - 3\sqrt{7} + \sqrt{3} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$д) \sqrt{4+2\sqrt{3}} - \sqrt{4-2\sqrt{3}} = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$е) (\sqrt[3]{2} - \sqrt[3]{5})(\sqrt[3]{4} + \sqrt[3]{10} + \sqrt[3]{25}) = \underline{\hspace{2cm}}?$$

14. При каких значениях a верно равенство?

$$а) \sqrt{a^2} = -a \quad \underline{\hspace{2cm}}; \quad в) \sqrt[6]{(a-1)^6} = a-1 \quad \underline{\hspace{2cm}};$$

$$б) \sqrt[5]{a^5} = a \quad \underline{\hspace{2cm}}; \quad г) \sqrt[8]{(a-3)^8} = 3-a \quad \underline{\hspace{2cm}}?$$

15. Упростите выражение:

$$а) \sqrt[8]{(a-3)^8} - \sqrt[4]{(a-6)^4} + \sqrt[10]{(a-1)^{10}} \text{ при } 3 \leq a \leq 6 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

$$б) \sqrt{(a+2)^2} - \sqrt[4]{(a+4)^4} - \sqrt[6]{(a+1)^6} \text{ при } -4 \leq a \leq -2 \quad \underline{\hspace{2cm}}$$

16. Проверьте себя.

Вычислите.

а) $\sqrt[3]{-\frac{64}{125}} =$ _____ ; г) $\sqrt[3]{64} =$ _____ ;

б) $\sqrt[4]{\frac{16}{81}} =$ _____ ; д) $\sqrt[3]{125 \cdot 8} =$ _____ ;

в) $\sqrt[3]{3\frac{3}{8}} =$ _____ ; е) $\sqrt[6]{(-3)^6} - \sqrt[5]{(-3)^5} =$ _____ .



П. 10. ЦЕЛОЕ УРАВНЕНИЕ И ЕГО КОРНИ

1. Вычислите: а) $\begin{array}{r} 498 \\ \times 546 \\ \hline \end{array}$

б) $2,34 - \frac{3}{50}$

в) $\left(\frac{1}{7} + \frac{1}{8}\right) : \frac{5}{28}$

Ответы: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

2. Прочитайте п. 12 учебника и закончите предложения.

а) Корнем (или решением) уравнения с неизвестным x называют число, при подстановке которого в уравнении вместо _____ получается _____ .

б) Решить уравнение — значит _____ или _____ .

в) Целым уравнением с одной переменной называется уравнение, левая и правая части которого _____ .

г) Уравнение первой степени можно привести к виду _____ .

д) Уравнение второй степени можно привести к виду _____ .

е) Число корней уравнения второй степени зависит от _____ .

ж) Для нахождения корней квадратного уравнения при $D \geq 0$ используется формула _____ .

3. Из чисел $-3, -2, -1, 0, 1, 2, 3$ выберите те, которые являются корнями уравнения $x^6 + 5x^4 + 4x^2 = 0$.

Ответ: _____ .

4. Найдите корни уравнения.

а) $(16x - 3)(x + 5) - (4x - 6)(4x + 6) = 10$;

б) $\frac{x}{18} + \frac{x}{6} = \frac{10}{9}$;

г) $\frac{y^2 - y}{2} - \frac{y + 1}{3} = 1$;

в) $\frac{x - 3}{2} = \frac{x - 7}{6}$;

д) $(x + 2)(x^2 - 9) = 0$.

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ .

5. Решите уравнение, используя разложение многочлена на множители:

а) $2x^3 - x^2 - 8x + 4 = 0$;

б) $(2x - 1)(x - 5) - x(x - 5) = 0$;

в) $6x(7 - x) = x(x - 7)$;

г) $x^2(x - 10) = 3(10 - x)$;

д) $x^3 - 9x = 0$;

е) $x^3 - 4x^2 + 3x = 0$.

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ ; е) _____ .

6. Найдите корни уравнения, используя введение новой переменной.

а) $(x + 7)^4 + 8(x + 7)^2 - 9 = 0$;

б) $(x^2 + 3x)^2 + 2(x^2 + 3x) - 24 = 0$;

в) $(x - 1)(x - 7)(x - 4)(x + 2) = 40$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

7. Решите биквадратные уравнения:

а) $x^4 + 8x^2 - 9 = 0$;

в) $x^4 - 50x^2 + 49 = 0$;

б) $x^4 + x^2 - 20 = 0$;

г) $x^4 - 3x^2 - 4 = 0$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

8. Решите уравнение:

а) $x^3 - 11x^2 + 10 = 0$;

б) $x^3 + 8x^2 - 7 = 0$.

Решение: _____

Решение:

а) $x^3 - 11x^2 + 10 = 0$;

б) _____

$x^3 - x^2 - 10x^2 + 10 = 0$.

$x^2(x - 1) - 10(x^2 - 1) = 0$;

$x^2(x - 1) - 10(x + 1)(x - 1) = 0$;

$(x - 1)(x^2 - 10x - 10) = 0$;

$x - 1 = 0$ или _____

$x_1 = 1$; $x_{2,3} =$ _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

9. Решите уравнение.

а) $(x+1)(x+3)(x+5)(x+7) = 0$;

б) $(x-1)(x-5)^2(x-9) = -39$;

в) $(x^2-2x)(2x-3)(2x-1) = 2,5$.

Решение:

а) Так как $1+7=3+5$, то удобно каждое из произведений $(x+1)(x+7)$ и $(x+3)(x+5)$ заменить многочленом: _____

и _____. Введём вспомогательную переменную _____.

Получим уравнение _____

Ответ: _____.

б) _____

в) _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

10. Найдите a и решите уравнение, если известен один из его корней:

а) $2x^3 - (a+4)x^2 + 2(a-1)x + a = 0$, $x_1 = 0,5$;

б) $6x^3 + 2(a-9)x^2 - 3(2a-1)x + a = 0$, $x_1 = \frac{1}{3}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

11. Определите, пересекает ли график функции $y = f(x)$ ось x , и если да, то в каких точках:

а) $y = x^4 - 10x^2 + 9$;

б) $y = -x^3 + 6x^2 - 8x + 48$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

12. При каких значениях p корень уравнения $5x - 3p = 8(x - 3) - 6(p + 1)$ является отрицательным числом?

Решение: _____

Ответ: _____.

13. При каких значениях a уравнение $(a + 8)x^2 - 8x - a = 0$ имеет единственный корень?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Проверьте себя.

Решите уравнения:

а) $\frac{y+1}{7} + 1 = \frac{y+1}{14}$;

г) $(5 - x)(x + 7) - (x - 10)(x + 1) = 36$;

б) $\frac{x-1}{2} = \frac{x-5}{6}$;

д) $x^3 - x^2 - 4x + 4 = 0$;

в) $(3x + 6)(2x - 5)(x - 4) = 0$;

е) $x^4 - 6x^2 + 9 = 0$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ ; е) _____.



П. 11. ДРОБНО-РАЦИОНАЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ

1. Вычислите: а) $\frac{709}{63}$

б) $\frac{405}{807}$

в) $215\,496 \overline{) 369}$

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

2. Прочитайте п. 13 учебника и заполните пропуски в алгоритме решения дробных рациональных уравнений.

При решении дробных рациональных уравнений целесообразно поступать следующим образом:

1) найти наименьший _____ дробей, входящих в уравнение;

2) _____ обе части уравнения на _____;

3) решить получившееся целое уравнение;

4) исключить из его корней те, которые обращают в нуль _____.

3. Найдите наименьший общий знаменатель для дробей:

а) $\frac{1}{a-3}$ и $\frac{1}{a}$ _____;

б) $\frac{3}{x}$ и $\frac{5-2x}{x^2+x}$ _____;

в) $\frac{1}{3x}$ и $\frac{7}{5x^2}$ _____;

г) $\frac{2}{y^2-4}$ и $\frac{1}{y+2}$ _____.

4. Найдите допустимые значения букв, входящих в выражение:

а) $\frac{1}{x-4} + \frac{1}{x+2}$ _____;

б) $\frac{2}{x^2-9} - \frac{6}{x-3}$ _____;

$$\text{в)} \frac{3}{x(x+5)} + \frac{1}{x-4} = \underline{\hspace{10em}};$$

$$\text{г)} \frac{10}{x+8} - \frac{4}{x(x^2-64)} = \underline{\hspace{10em}}.$$

5. Решите уравнение:

$$\text{а)} \frac{2}{x} - \frac{1}{3x} = 5;$$

$$\text{б)} \frac{x-2}{x} + \frac{8}{x^2} = 2;$$

$$\text{в)} \frac{2}{15x} - \frac{1}{3} = \frac{1-x}{5x}.$$

$$\text{Решение: а)} \frac{2}{x} - \frac{1}{3x} = 5 \quad | \cdot 3x, x \neq 0; \quad \frac{2 \cdot 3x}{x} - \frac{3x}{3x} = 5 \cdot 3x;$$

$$6 - 1 = 15x; \quad x = \underline{\hspace{10em}}$$

$$\text{б)} \underline{\hspace{10em}}$$

$$\text{в)} \underline{\hspace{10em}}$$

$$\text{Ответ: а)} \underline{\hspace{10em}}; \text{ б)} \underline{\hspace{10em}}; \text{ в)} \underline{\hspace{10em}}.$$

6. Решите уравнения:

$$\text{а)} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{5}{8};$$

$$\text{в)} \frac{4}{x} + \frac{4}{x-4} = 1,5;$$

$$\text{б)} \frac{2}{x-4} + \frac{14}{x+1} = 3;$$

$$\text{г)} \frac{1}{y-1} + \frac{1}{y+2} = \frac{3}{20}.$$

$$\text{Решение: а)} \frac{1}{x} + \frac{1}{x+6} = \frac{5}{8} \quad | \cdot 8x(x+6) \quad | x \neq 0, x \neq -6$$

$$\frac{8x(x+6)}{x} + \frac{8x(x+6)}{x+6} = \frac{5 \cdot 8x(x+6)}{8}$$

$$8(x+6) + 8x = 5x(x+6);$$

$$\text{Ответ: } \underline{\hspace{10em}}.$$

$$\text{б)} \underline{\hspace{10em}}$$

в) _____

г) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

7. Решите уравнения:

а) $\frac{x+1}{x-1} = \frac{x+2}{x+1}$;

в) $\frac{3x+2}{3x-2} = \frac{2x+5}{2x-5}$;

б) $\frac{4y-1}{y+3} = \frac{4y+1}{y-3}$;

г) $\frac{5y-7}{y+1} = \frac{2+5y}{y-2}$.

Решение:

а) По свойству пропорций $(x+1)(x+1) = (x-1)(x+2)$, $x \neq \pm 1$

Ответ: _____

б) _____

в) _____

г) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

8. Для каких пар чисел a и b верно равенство $\frac{a}{b} = 0$?

9. Верно ли, что если числа a и b таковы, что $\frac{a}{b} = 0$, то $a = 0$?

10. Верно ли, что если число $a = 0$, то $\frac{a}{b} = 0$ для любого числа b ?

11. Является ли корнем уравнения $\frac{x^2 - 7x + 6}{x^3 - 1} = 0$ число 6?

12. Является ли число 4 корнем уравнения $\frac{x^2 - 16}{x - 4} = 0$?

13. При каких значениях x дробь равна нулю?

а) $\frac{x+4}{x}$ _____ ; г) $\frac{x-5}{x+2}$ _____ ;

б) $\frac{x}{x-8}$ _____ ; д) $\frac{x(x-3)}{x-3}$ _____ ;

в) $\frac{x^2-1}{x+1}$ _____ ; е) $\frac{6}{x}$ _____ ?

14. Решите уравнения:

а) $\frac{2x^2 + x - 15}{x + 3} = 0$

Решение: $\begin{cases} 2x^2 + x - 15 = 0 \\ x + 3 \neq 0 \end{cases}$

$2x^2 + x - 15 = 0$; $D =$ _____ ;

$x_{1,2} =$ _____ ; $x_1 =$ _____ ; $x_2 = -3$ — посторонний корень.

Ответ: _____ .

б) $\frac{3x^2 + 13x - 10}{x + 5} = 0$

Решение: _____

Ответ: _____ .

в) $\frac{x^2 - 1}{5x^2 - x - 4} = 0$

Решение: _____

Ответ: _____ .

$$г) \frac{x^2 + 7x + 12}{x^2 + x - 6} = 0$$

Решение: _____

Ответ: _____

15. Решите уравнения:

$$а) \frac{x-3}{x-5} + \frac{1}{x} = \frac{x+5}{x(x-5)} \mid \cdot x(x-5) \mid x \neq 0, x \neq 5$$

Решение:

$$\frac{x(x-5)(x-3)}{x-5} + \frac{x(x-5)}{x} = \frac{x(x-5)(x+5)}{x(x-5)};$$

$$x(x-3) + x-5 = x+5;$$

$$x_1 = \underline{\hspace{2cm}}; x_2 = 5 \text{ — не является корнем.}$$

Ответ: -2.

$$б) \frac{1}{x-3} - \frac{1}{x+7} = \frac{5}{28} \mid \cdot 28(x-3)(x+7) \mid x \neq 3, x \neq -7$$

Ответ: _____

$$в) \frac{14}{x^2 - 2x} = \frac{21}{x^2 + 2x} + \frac{5}{x}$$

Решение:

$$\frac{14}{x(x-2)} = \frac{21}{x(x+2)} + \frac{5}{x} \mid \cdot x(x-2)(x+2) \mid x \neq 0, x \neq 2, x \neq -2$$

Ответ: _____

$$г) \frac{4}{x-3} - x + 3 = 0$$

Решение: $\frac{4}{x-3} - \frac{(x-3)}{1} = 0 \mid \cdot (x-3)$
 $x \neq 3$

Ответ: _____.

д) $\frac{2y-1}{14y^2+7y} + \frac{8}{12y^2-3} = \frac{2y+1}{6y^2-3y}$

Решение: _____

Ответ: _____.

16. Решите уравнения:

а) $\left(\frac{3x}{x+2}\right)^4 - 8\left(\frac{3x}{x+2}\right)^2 - 9 = 0$

Решение: $\left(\frac{3x}{x+2}\right)^2 = t$

Ответ: -1.

б) $\frac{x}{x^2-6} + \frac{x^2}{x-6} + 2 = 0$

Решение: $\left(\frac{x}{x^2-6} + 1\right) + \left(\frac{x^2}{x-6} + 1\right) = 0$

Ответ: -4; -3; 2; 3.

в) $\frac{x^2+3x+2}{x^2-x+2} + \frac{x}{x^2-2x+2} = 1$

Решение: $x = 0$ — корень уравнения (проверьте). Пусть далее $x \neq 0$. Разделим числитель и знаменатель каждой дроби на $x \neq 0$.

$$\frac{x+3+\frac{2}{x}}{x-1+\frac{2}{x}} + \frac{1}{x-2+\frac{2}{x}} = 1$$

Ответ: 0.

$$г) \frac{1}{(x^2+3x)^2+1} + \frac{3}{(x+3)^2+1} + \frac{5}{(x^2+2x-3)^2+1} = 9$$

Решение: первая дробь меньше или равна 1 (подумайте почему), вторая дробь _____ 3, третья дробь _____ 5. Следовательно, левая часть уравнения _____ 9 и равенство будет выполнено, если одновременно выполняются условия

$$\begin{cases} \text{_____} = 0, \\ \text{_____} = 0, \\ \text{_____} = 0. \end{cases}$$

Ответ: -3.

$$д) 6\left(x^2 + \frac{1}{x^2}\right) + 5\left(x + \frac{1}{x}\right) - 38 = 0$$

Решение: $x + \frac{1}{x} = t$

Ответ: _____.

$$е) x^2 + \frac{9x^2}{(x-3)^2} = 2$$

Решение: выделите в левой части полный квадрат.

Ответ: _____.

17. Проверьте себя.

Решите уравнения:

а) $\frac{3}{x^2 + 2} = \frac{1}{x}$

Решение: _____

Ответ: _____

б) $\frac{2x+5}{x(x+1)} - \frac{2}{x} - \frac{3x}{x+1} = 0$

Решение: _____

Ответ: _____

в) $\frac{-3x}{x^2 + 2} = \frac{1}{x}$

Решение: _____

Ответ: _____

г) $\frac{1}{x} + \frac{12}{3x - x^2} = \frac{3x - 5}{3 - x}$

Решение: _____

Ответ: _____



П. 12. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ С ОДНОЙ ПЕРЕМЕННОЙ

1. Вычислите.

а) $(-3,2 + 60) - 0,8$; б) $-2\frac{2}{5} - \left(-3\frac{3}{8} - 2\frac{1}{4}\right)$; в) $-1\frac{3}{8} + \frac{5}{8}$.

Решение:

а) _____

б) _____

в) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

2. Прочитайте п. 14 учебника и заполните пропуски в алгоритме решения неравенств второй степени с одной переменной.

Для решения неравенств вида $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$ поступают следующим образом:

1) находят _____ квадратного трёхчлена $ax^2 + bx + c$ и выясняют, имеет ли трёхчлен _____ ;

2) если трёхчлен имеет корни, то отмечают _____ и через отмеченные точки проводят схематически параболу, ветви которой направлены _____ при $a > 0$ или _____ при $a < 0$; если трёхчлен не имеет корней, то схематически изображают параболу, расположенную в _____ полуплоскости при $a > 0$ или в _____ полуплоскости при $a < 0$;

3) находят на оси x промежутки, для которых точки параболы расположены _____ оси x (если решают неравенство $ax^2 + bx + c > 0$) или _____ оси x (если решают неравенство $ax^2 + bx + c < 0$).

3. В какой полуплоскости относительно оси Ox должна быть расположена параболa $y = ax^2 + bx + c$, чтобы не имело место неравенство:

а) $ax^2 + bx + c \geq 0$ _____ ;

б) $ax^2 + bx + c < 0$ _____ ?

4. В какой полуплоскости относительно оси Ox должна быть расположена параболa $y = ax^2 + bx + c$, чтобы любое действительное число было решением неравенства:

а) $ax^2 + bx + c \leq 0$ _____ ;

б) $ax^2 + bx + c > 0$ _____ ?

5. Для схематически изображённой параболы укажите нули функции, впишите пропущенный знак < или >:

а) нули функции _____ ;

если $x < -1$, то $x^2 - 3x - 4$ 0;

если $-1 < x < 4$, то $x^2 - 3x - 4$ 0;

если $x > 4$, то $x^2 - 3x - 4$ 0;

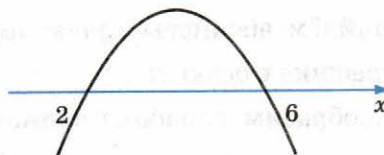


б) нули функции _____ ;

если $x < 2$, то $-x^2 + 8x - 12$ 0;

если $2 < x < 6$, то $-x^2 + 8x - 12$ 0;

если $x > 6$, то $-x^2 + 8x - 12$ 0;



6. Изобразите схематически график функции и впишите пропущенный знак > или <:

а) $y = x^2 + 7x + 6$

Ветви параболы направлены _____ .

Найдём абсциссы точек пересечения графика с осью x : _____

Изобразим параболу схематически и впишем пропущенные знаки:

если $-6 < x < -1$, то $x^2 + 7x + 6$ 0;

если $x < -6$, то $x^2 + 7x + 6$ 0;

если $x > -1$, то $x^2 + 7x + 6$ 0;

б) $y = -x^2 + 9x - 8$

Ветви параболы направлены _____ .

Найдём абсциссы точек пересечения графика с осью x : _____

Изобразим параболу схематически и впишем пропущенные знаки:

если $x < 1$, то $-x^2 + 9x - 8$ 0;

если $1 < x < 8$, то $-x^2 + 9x - 8$ 0;

если $x > 8$, то $-x^2 + 9x - 8$ 0.



7. Решите неравенство:

а) $x^2 + 4x - 21 < 0$;

Решение:

а) Определим направление ветвей параболы, являющейся графиком функции $y = x^2 + 4x - 21$.

Ветви параболы направлены _____

Найдём абсциссы точек пересечения графика с осью x : _____

Изобразим параболу схематически и укажем множество решений неравенства: _____

б) $x^2 + 4x - 21 > 0$.

Ответ: а) _____ ; б) _____.

8. Решите неравенство:

а) $x^2 - 11x + 18 > 0$;

в) $-4x^2 + 3x + 1 \leq 0$;

б) $x^2 - 2x - 15 < 0$;

г) $-2x^2 + x + 1 \geq 0$.

а) _____

Ответ: _____.

б) _____

Ответ: _____.

в) _____

Ответ: _____

г) _____

Ответ: _____

9. Решите неравенство:

а) $x^2 + x + 3 > 0$;

б) $5x^2 - 3x + 7 > 0$;

в) $-x^2 + x - 5 \leq 0$;

г) $-3x^2 + 2x - 1 < 0$.

Решение:

а) _____

Ответ: _____

б) _____

Ответ: _____

в) _____

Ответ: _____

г) _____

Ответ: _____

10. Решите неравенство:

а) $5x^2 + x + 1 \leq 0$;

б) $x^2 + 2x + 9 < 0$;

в) $-x^2 + 5x - 6 \geq 0$;

г) $-3x^2 + 4x - 7 > 0$.

Решение:

а) _____

Ответ: _____.

б) _____

Ответ: _____.

в) _____

Ответ: _____.

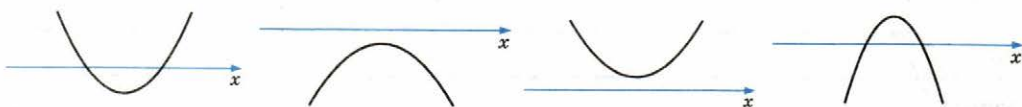
г) _____

Ответ: _____.

11. На рисунке изображены схематически графики функций

$y = x^2 + 5$, $y = -x^2 - 7$; $y = x^2 - 5x + 4$, $y = -x^2 - 4x + 8$.

Около каждого графика запишите соответствующую формулу вида $y = f(x)$ и укажите множество решений неравенства $f(x) < 0$.



12. Покажите с помощью стрелок, что представляет собой множество решений неравенства.

$$3x - x^2 + 2 < 0$$

Пустое множество

$$0,1x^2 + 2,5 > 0$$

$$x^2 \geq 1$$

Числовой промежуток

$$x^2 \leq 49$$

$$x^2 - 3x - 2 > 0$$

Объединение двух числовых промежутков

$$x^2 + 4 < 0$$

$$x^2 - 2x \leq 3$$

Множество всех действительных чисел

$$x^2 + 5x + 10 \geq 0$$

13. Найдите значения x , при которых:

а) значения функции $y = x^2 - x - 1$ меньше значений функции $y = -x^2 - 4x + 1$;

б) значения функции $y = -5x^2 + x + 1$ больше значений функции $y = 2 - 5x$.

Решение:

а) _____

б) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

14. Найдите допустимые значения переменной в выражении:

а) $\sqrt{7x^2 - 6x - 1}$;

в) $\sqrt{6 + 2x - 0,5x^2}$;

б) $\sqrt{9 - x^2}$;

г) $\sqrt{x^2 - 1} + \sqrt{4 - x^2}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

15. Найдите все значения a , при которых уравнение $ax^2 - 3x + a = 0$ имеет два корня. Из чисел $-3,5; -1,5; 0; 1,5; 3,5$ выберите те, которые удовлетворяют этому условию.

Решение: _____

Ответ: _____.

16. Найдите значение b , при котором неравенство:

а) $x^2 - 5x + b < 0$ верно только для $x \in (1; 4)$;

б) $-x^2 + 3x + b > 0$ верно только для $x \in (-3; 6)$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

17. Проверьте себя.

Решите неравенство:

а) $3x^2 - 4x + 8 \geq 0$;

в) $-x^2 + 3x - 5 > 0$;

б) $x^2 - 3x - 4 < 0$;

г) $x^2 - 144 > 0$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.



П. 13. РЕШЕНИЕ НЕРАВЕНСТВ МЕТОДОМ ИНТЕРВАЛОВ

1. Вычислите.

а) $\frac{2}{5} - \frac{4}{5}$;

б) $1870 - \frac{5}{22}$;

в) $5\frac{1}{5} - 6\frac{1}{6}$;

г) $9 \cdot 4\frac{1}{3}$.

Решение: _____

Ответы: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

2. Решите неравенство $(x - 5)(x + 3)(x - 9) > 0$.

Решение: Отметим на координатной прямой нули функции

$$f(x) = (x - 5)(x + 3)(x - 9).$$



Укажем знак функции в крайнем справа интервале и определим знаки функции в других интервалах.

Найдём интервалы, в которых значение произведения $(x - 5)(x + 3)(x - 9)$ положительно.

Ответ: _____ .

3. При каких значениях a произведение $(a + 9)(a - 8)(a - 2)$ принимает отрицательное значение?

Решение:



Ответ: _____ .

4. Решите неравенство, используя метод интервалов:

а) $x(5 - x)(x + 11)(19 + x) > 0$;

Решение:



Ответ: _____ .

б) $-(3 - x)(5 + x)(x - 12) > 0$;

Решение:



Ответ: _____ .

в) $x(7 + x)(x - 3)(8 - x) < 0$;

Решение:



Ответ: _____ .

г) $-6(x - 4)(x + 2)(7 - x) < 0$.

Решение:



Ответ: _____ .

5. При каких значениях y произведение $-4(y-3)(14-2y)$ y принимает отрицательное значение?

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

6. Найдите область определения функции:

а) $y = \sqrt{(x+8)(11-x)}$;

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

б) $y = \sqrt{(3x-x^2)(x+10)}$.

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

7. Решите неравенство:

а) $\frac{x+2}{x-5} > 0$;

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

б) $\frac{5x-10}{x+3} < 0$;

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

в) $\frac{5-x}{x+1} > 0$;

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

г) $\frac{7-x}{10+x} < 0$.

Решение:

_____ x

Ответ: _____.

8. Решите неравенство:

а) $\frac{(x-7)(x+3)}{(x-4)(x+2)} \geq 0$.

Решение:

В точках $x = 7$, $x = -3$, $x = 4$, $x = -2$ числитель или знаменатель обращаются в нуль. Отметим эти точки на числовой прямой, учитывая, что точки, в которых знаменатель обращается в нуль, должны быть «выколоты».

Определим знаки функции $f(x) = \frac{(x-7)(x+3)}{(x-4)(x+2)}$ в получившихся интервалах и отметим промежутки, на которых $f(x) \geq 0$.



Ответ: _____.

б) $\frac{(5-x)(x+4)}{x-1} \leq 0$

Решение: _____



Ответ: _____.

в) $\frac{(3x-6)(3-x)}{4x+5} > 0$

Решение: _____



Ответ: _____.

г) $\frac{(3x-1)(4+x)}{x(x-2)} \leq 0$

Решение: _____



Ответ: _____.

9. Решите неравенство:

а) $\frac{x^2 + 3x - 4}{x^2 - 6x - 7} \geq 0$.

Решение:

Разложим на множители квадратные трёхчлены, используя формулу $ax^2 + bx + c = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — корни квадратного трёхчлена.

$$x^2 + 3x - 4 = (x - 1)(x - (-4)) = (x - 1)(x + 4);$$

$$x^2 - 6x - 7 = (x - (-1))(x - 7) = (x + 1)(x - 7).$$

Исходное неравенство примет вид:

$$\frac{(x-1)(x+4)}{(x+1)(x-7)} \geq 0$$



Ответ:

б) $\frac{x^2 + 2x - 3}{(x + 4)(x - 5)} \leq 0$.

Решение:

$$x^2 + 2x - 3 = 0$$

$$x_1 = \quad; x_2 = \quad.$$

$$x^2 - 2x - 3 = (x - x_1)(x - x_2) = (x - \quad)(x - \quad).$$

$$\frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x + 4)(x - 5)} \leq 0$$



Ответ:

в) $\frac{x^2 + 4x - 21}{x^2 - 7x + 6} \leq 0$.

Решение:

$$x^2 + 4x - 21 = 0$$

$$x_1 = \quad; x_2 = \quad; \quad \left| \quad \begin{array}{l} x^2 - 7x + 6 = 0 \\ x_1 = \quad; x_2 = \quad. \end{array} \right.$$

$$\frac{(x - \quad)(x - \quad)}{(x - \quad)(x - \quad)} \leq 0$$

Ответ: _____.

г) $\frac{16-x^2}{x^2-5x-6} < 0$.

Решение: _____

Ответ: _____.

10. Решите неравенство:

а) $\frac{(5x-10)(x^2+4x)}{x(3x^2+3)} > 0$;

Решение: _____

Ответ: _____.

в) $\frac{(x+4)(x-7)}{x^2-16} \geq 0$

Решение: _____

Ответ: _____.

б) $\frac{(x-8)x^2}{x^2+7x} < 0$;

Решение: _____

Ответ: _____.

г) $\frac{4x^2+5x+3}{12x-3x^2} < 0$

Решение: _____

Ответ: _____.

11. Решите неравенство:

а) $\frac{(x-1)(x-2)}{(x-3)^2} \geq 0$;

Решение: _____

Ответ: _____.

б) $\frac{(x+1)^2(x-2)^2}{x+3} \leq 0$;

Решение: _____

Ответ: _____.

$$в) \frac{(x+1)^3(x-2)}{(x-3)^2} < 0;$$

Решение:



Ответ: _____.

$$г) \frac{(x-2)^2(x+4)}{x-4} \geq 0.$$

Решение:



Ответ: _____.

12. Решите неравенство:

$$а) (x^2 - 3x - 4)(x^2 - 2x - 15) \leq 0;$$

Решение:



Ответ: _____.

$$в) \frac{x^2 - 4x - 12}{x - 2} < 0;$$

Решение:



Ответ: _____.

$$б) (x^2 - 5x + 6)(x^2 - 1) > 0;$$

Решение:



Ответ: _____.

$$г) \frac{x^2 - 7x - 8}{x^2 - 64} < 0.$$

Решение:



Ответ: _____.

13. Решите неравенство:

$$а) \frac{1}{x} > 1;$$

$$\text{Решение: } \frac{1}{x} - 1 > 0; \quad \frac{1-x}{x} > 0$$



Ответ: _____.

$$б) \frac{3}{x} < 3;$$

Решение:



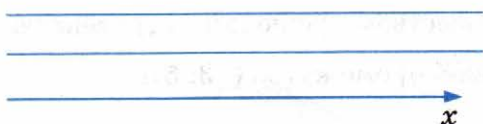
Ответ: _____.

$$в) \frac{5x-4}{2x+4} \geq 2;$$

$$\text{Решение: } \frac{5x-4}{2x+4} - 2 \geq 0;$$

$$\frac{5x-4-2(2x+4)}{2x+4} \geq 0$$

$$\frac{x-12}{2x+4} \geq 0$$



Ответ: _____.

$$д) \frac{5x-8}{x-5} > 4;$$

Решение:



Ответ: _____.

$$г) \frac{3x-1}{2-x} \leq 1;$$

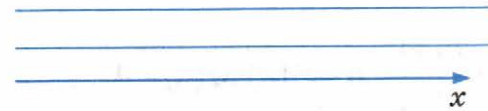
Решение:



Ответ: _____.

$$е) \frac{5x+3}{3-x} < 4.$$

Решение:



Ответ: _____.

14. При каких значениях a множество решений неравенства

$$\frac{(4-x)(x+3)}{(x-a)^2} < 0 \text{ состоит из двух интервалов? из трёх интервалов?}$$

Решение: _____

Ответ: _____.

15. При каких значениях a множество решений неравенства

$$(x+4)(x-2)(a-x)^2 < 0 \text{ состоит из одного интервала? из двух интервалов?}$$

Решение: _____

Ответ: _____

16. При каких целочисленных значениях a неравенство $(x-3)(x-a) < 0$ имеет три решения?

Решение: _____

Ответ: _____

17. При каких значениях a множеством решений неравенства $(5-x)(x+3)(x-a)^2 > 0$ является числовой промежуток $(-3; 5)$?

Решение: _____

Ответ: _____

18. Равносильны ли неравенства?

а) $\frac{P(x)}{Q(x)} > 0$ и $P(x) \cdot Q(x) > 0$ _____ ;

б) $\frac{P(x)}{Q(x)} \geq 0$ и $P(x) \cdot Q(x) \geq 0$ _____ ;

в) $\frac{P(x)}{Q(x)} < 0$ и $P(x) \cdot Q(x) < 0$ _____ ;

г) $\frac{P(x)}{Q(x)} \leq 0$ и $P(x) \cdot Q(x) \leq 0$ _____ .

19. Проверьте себя.

а) $(x+1)(x-3)(x-10) > 0$;

Решение:



Ответ: _____

б) $(5-x)(x+2)(x-7) \leq 0$;

Решение:



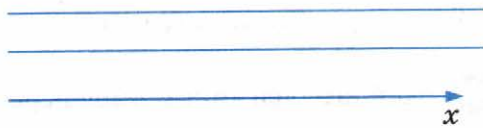
Ответ: _____

$$в) \frac{7x-1}{3-x} \leq 0;$$

$$г) \frac{3}{x} > 6.$$

Решение:

Решение:



Ответ: _____.

Ответ: _____.



П. 14. УРАВНЕНИЕ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ И ЕГО ГРАФИК

1. Вычислите:

$$а) \frac{4}{9} \cdot (-2, 25);$$

$$б) -2,16 : 0,36;$$

$$в) 7\frac{1}{6} - 8\frac{1}{7};$$

$$г) 2980 - \frac{7}{15}.$$

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

2. Прочитайте п. 17 учебника и закончите предложения:

а) Решением уравнения с двумя переменными называется пара значений переменных, обращающая это уравнение в _____.

б) Графиком уравнения с двумя переменными называется множество точек координатной плоскости, координаты которых _____.

3. Установите соответствие между уравнением с двумя переменными и парой чисел, которая является решением этого уравнения.

$$1) 5x - 2y = 4$$

$$А) (0; 3)$$

$$2) x^2 - 5xy = 0$$

$$Б) (-3; 9)$$

$$3) x^2 - y = 2$$

$$В) (1; -2)$$

$$4) x + 30 = 3y$$

$$Г) (-2; 2)$$

Ответ:

1)	2)	3)	4)

4. Какая из указанных пар чисел не является решением уравнения $xy + x = 4$?

1) $(-3; 3)$;

2) $(-2; -3)$;

3) $(0,5; 7)$

4) $(-0,5; 7)$.

Ответ: _____.

5. Найдите два каких-нибудь решения уравнения:

а) $2x - 3y = 1$; _____

б) $x^2 + 2xy + y^2 = 4$; _____

в) $x^2 + y^2 = 16$; _____

г) $3x + y = 7$. _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

6. Найдите все пары натуральных чисел, являющиеся решениями уравнения:

а) $x + y = 7$; _____

б) $xy = 18$; _____

в) $2x + y = 8$; _____

г) $x + 0,5y = 5$. _____

7. Может ли решением уравнения служить пара положительных чисел? Почему?

а) $5x + 2y = -7$ _____;

б) $-3x - 6y = 10$ _____.

8. Выразите из уравнения $4x - 5y = 8$ переменную y через x и найдите какие-нибудь три решения этого уравнения. Затем выразите x через y и найдите ещё два его решения.

Решение: _____

Ответ: _____.

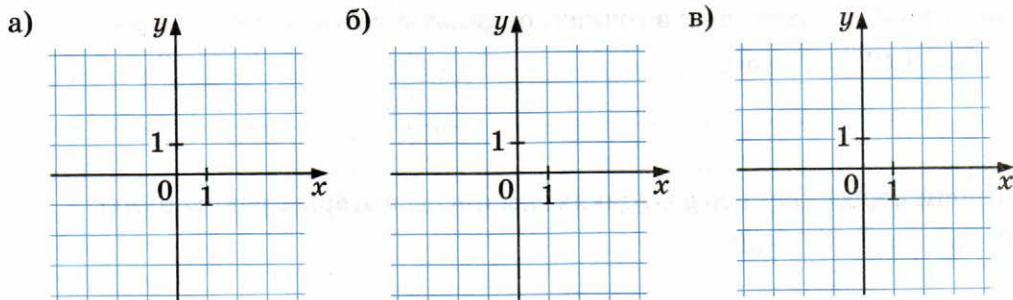
9. Постройте график уравнения:

а) $x^2 + y^2 = 16$;

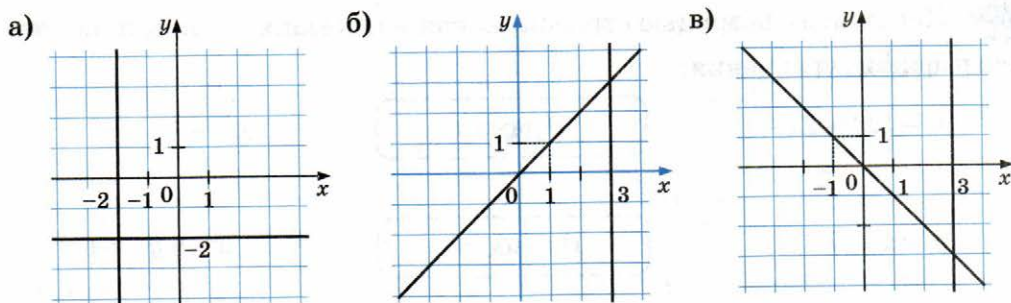
б) $(x + 3)(y + 2) = 0$;

в) $(x - 3)(y + 2) = 0$.

Решение:



10. Составьте уравнение, графиком которого является пара прямых, изображённых на рисунке.



Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

11. Составьте уравнение, графиком которого является:

а) пара прямых $y = x - 3$ и $y = x + 2$

б) парабола $y = x^2$ и прямая $y = 5$

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

12. В каких точках график уравнения $(x - 5)^2 + (y - 7)^2 = 50$ пересекает оси координат?

Решение:

График пересекает ось x в точках, ординаты которых равны нулю:

$$(x - 5)^2 + (0 - 7)^2 = 50.$$

График пересекает ось y в точках, абсциссы которых равны нулю:

$$(0 - 5)^2 + (y - 7)^2 = 50.$$

Ответ: график пересекает ось x в точках _____график пересекает ось y в точках _____

13. Покажите с помощью стрелок, какая из указанных линий является графиком уравнения:

$$y = 3x^2 + 2x - 1$$

Прямая

$$y^2 = 16 - x^2$$

$$y = x + 7$$

Парабола

$$x^2 + y^2 = 1$$

$$x^2 - y = 4$$

Окружность

$$x + y = 8$$

14. Докажите, что графиком уравнения $x(x - 10) + y(y + 6) = -33$ является окружность. Укажите длину её радиуса и координаты центра.

Решение: _____ ;

Ответ: _____ .

15. Докажите, что графиком уравнения $y + 16x = 2(x^2 + 24)$ является парабола. Укажите координаты её вершины.

Решение: _____ ;

Ответ: _____ .

16. Постройте график уравнения:

а) $3x - xy = y - 1$;

б) $x^2y - 3x^2 - 9y + 27 = 0$;

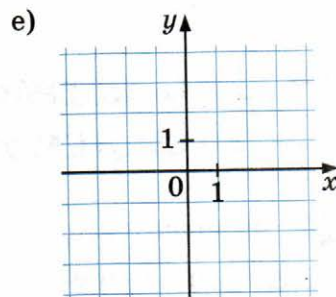
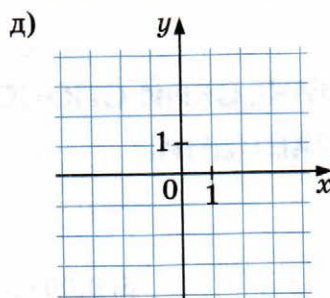
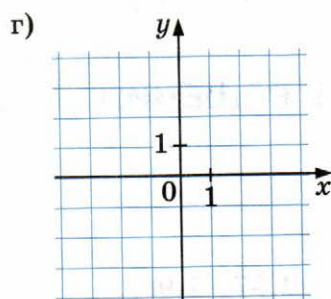
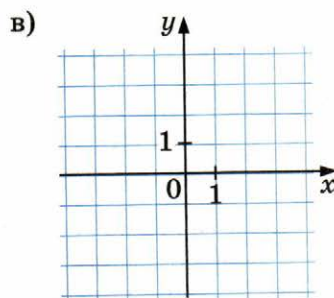
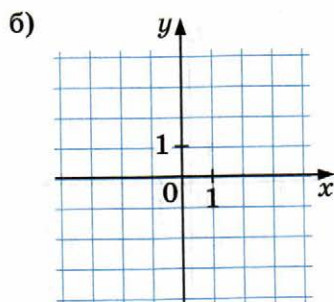
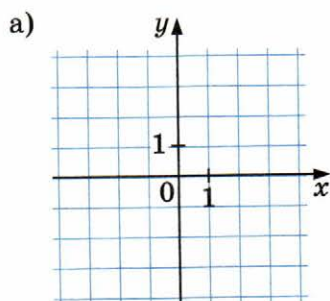
в) $|x| + |y| = x + y$;

г) $|x| + |y| = x - y$;

д) $x^2 = 9y^2$;

е) $\frac{x}{y} = 1$.

Решение:



17. Найдите целые решения уравнения

а) $x^2 - y^2 = 63$;

б) $xy - 3y + 2x = 7$.

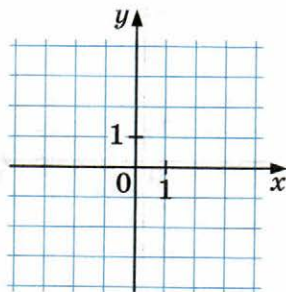
Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

18. Проверьте себя.

1) Найдите три каких-нибудь решения уравнения $x - 4y = 12$.

2) Постройте график уравнения: $(x - 4)(y + 3) = 0$.



П. 15. ГРАФИЧЕСКИЙ СПОСОБ РЕШЕНИЯ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ

1. Вычислите:

а) $2,25 : (10 - 1 : 0,2)$;

б) $0,09 \cdot 37 - 1,37 - 1,96$.

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 18 учебника и ответьте на вопросы:

а) Как решить систему уравнений графическим способом?

б) Всегда ли графический способ решения систем уравнений даёт точные решения?

в) Как проверить, точное или приближённое решение получено?

3. Выясните, какая из пар чисел $(2; 3)$, $(2; -3)$, $(-2; 3)$ является решением системы уравнений

$$\begin{cases} x^3 + 3y^2 = 35, \\ 3x^2 - y^3 + 2xy = 27. \end{cases}$$

Решение: _____

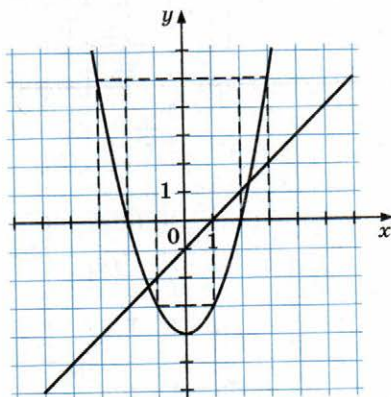
Ответ: _____.

4. Для графического решения одной из указанных систем уравнений построены графики, изображённые на рисунке. Выберите эту систему.

а) $\begin{cases} x + y = 1, \\ x^2 - y - 4 = 0; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x - y = -1, \\ x^2 - y - 4 = 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x + y = -1, \\ x^2 - y - 4 = 0. \end{cases}$

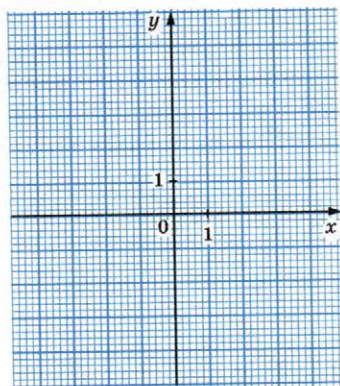


Ответ: _____.

5. Решите графически систему уравнений.

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x - y = 1. \end{cases}$$

x		
y		



Ответ: _____.

6. С помощью графика найдите решения системы уравнений:

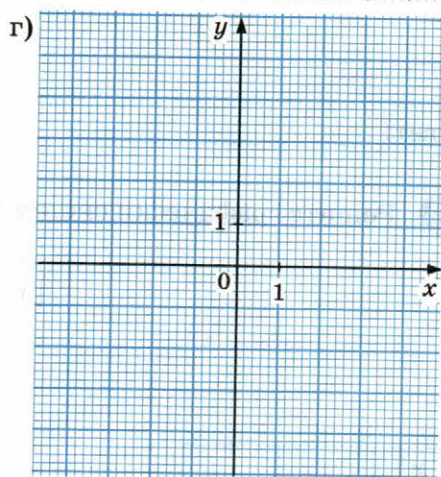
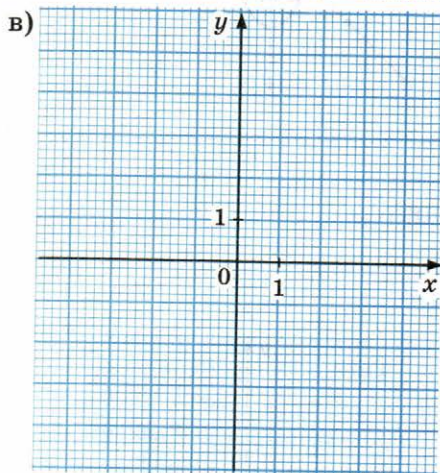
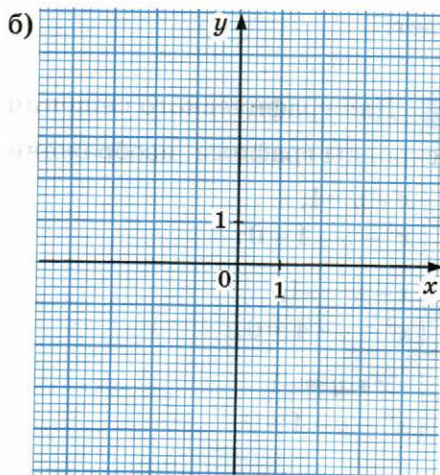
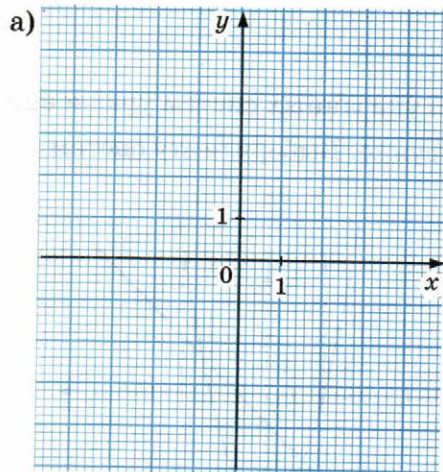
а) $\begin{cases} xy = 4, \\ y = -x + 5; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 4, \\ x^2 + y^2 = 8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x - y = 1, \\ y = x^2 + 2x - 3; \end{cases}$

г) $\begin{cases} xy = 2, \\ x^2 + y^2 = 5. \end{cases}$

Решение:



Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

7. Изобразите схематически графики уравнений и выясните, имеет ли решение система уравнений, и если имеет, то сколько:

а) $\begin{cases} y = x^2, \\ (x+3)^2 + (y+3)^2 = 9; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y + 4 = x^2, \\ xy = -1; \end{cases}$

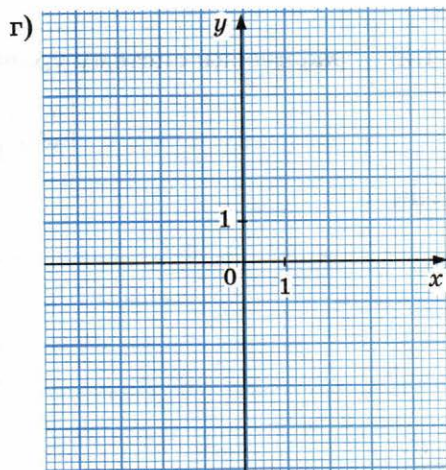
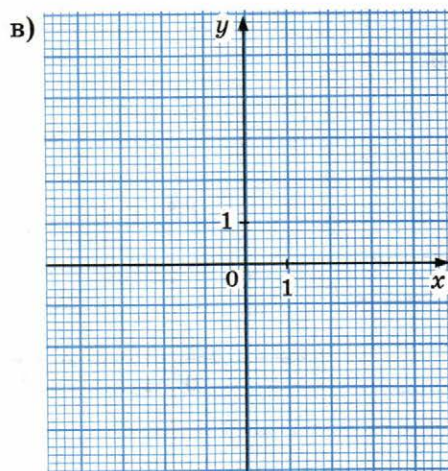
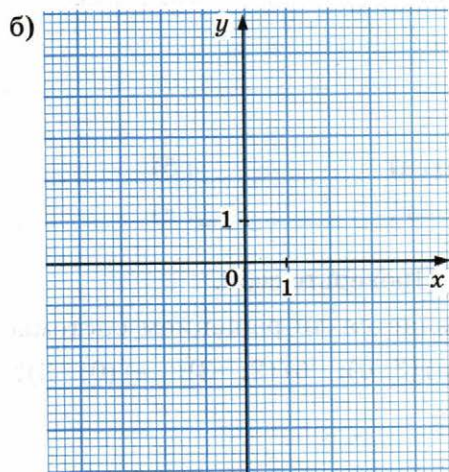
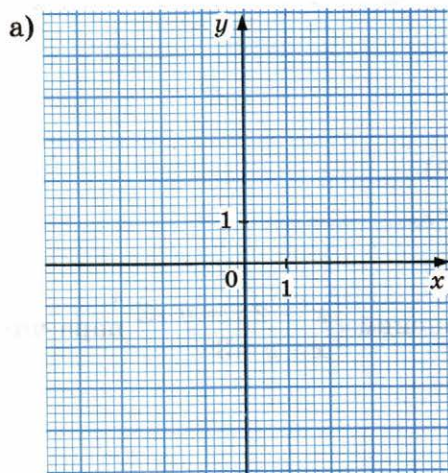
б) $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 = 9, \\ y - x = 3; \end{cases}$

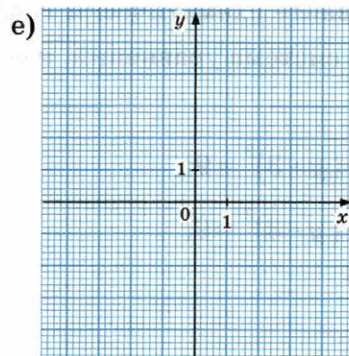
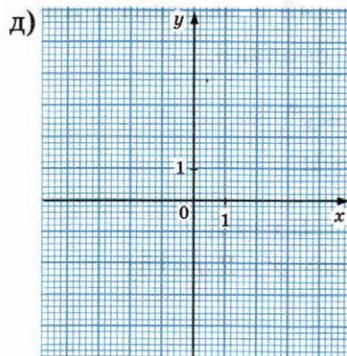
д) $\begin{cases} y = x^2 - 8x + 17, \\ x^2 - 6x + y^2 - 2y = 15; \end{cases}$

в) $\begin{cases} xy = 1, \\ y = 2x + 2; \end{cases}$

е) $\begin{cases} xy = 1, \\ y = -2x + 2. \end{cases}$

Решение:





Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ ; е) _____ .

8. Проверьте себя.

1) Является ли решением системы уравнений $\begin{cases} x^2 - 2x = y + 3 \\ x - y = 3 \end{cases}$ пара чисел: а) (3; 0); б) (2; -3); в) (0; -3)?

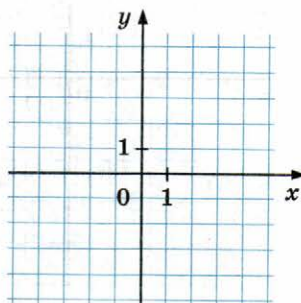
Ответ: _____ .

2) Решите графически систему уравнений.

$$\begin{cases} y = x^2 \\ x^2 + y^2 = 2. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____





П. 16. РЕШЕНИЕ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Вычислите.

$$2\frac{3}{4} : \left(1\frac{1}{2} - \frac{2}{5}\right) + \left(\frac{3}{4} + \frac{5}{6}\right) : 3\frac{1}{6}.$$

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Прочитайте п. 19 учебника и закончите предложения:

Систему, составленную из одного уравнения второй степени и одного уравнения первой степени, всегда можно решить способом _____. Для этого поступают следующим образом:

1) выражают из уравнения _____ степени одну переменную через _____;

2) подставляют _____ в уравнение _____ степени, в результате чего приходят к уравнению _____ переменной;

3) решают _____ уравнение с _____ переменной;

4) находят соответствующие значения _____ переменной.

3. Выразите y из уравнения:

а) $y - x = 3$ _____; д) $x - 3y = 2$ _____;

б) $x - y = 5$ _____; е) $5x + y = 1$ _____;

в) $x + y = 7$ _____; ж) $2x + 4y = 3$ _____;

г) $xy = 8$ _____; з) $6x^2 + xy - y^2 = 0$ _____.

4. Закончите решение системы уравнений:

$$\begin{cases} y + 2x = 0, \\ 2x^2 + y^2 - 6y = 0. \end{cases}$$

Решение:

Выразим из первого уравнения переменную y через x : $y = -2x$. Подставим во второе уравнение вместо переменной y выражение $-2x$. Получим $2x^2 + (-2x)^2 - 6 \cdot (-2x) = 0$. Отсюда: _____

Решим полученное уравнение:

Из равенства $y = -2x$ найдём значения y :

Ответ: _____.

5. Решите систему уравнений способом подстановки:

а) $\begin{cases} y - x = 2, \\ xy = 8; \end{cases}$

в) $\begin{cases} x^2 - y^2 = 16 \\ x - y = 2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y = 0, \\ 2x^2 - 3xy + y^2 = 24; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y - 3x = 2, \\ x^2 - 2y = 3; \end{cases}$

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

6. Закончите решение системы методом сложения:

а) $\begin{cases} x + y - 3xy = 10, \\ 2x - y + 3xy = -1. \end{cases}$

Решение:

Складывая уравнения системы, находим $3x = 9$, откуда $x = 3$. При этом значении x из первого уравнения находим y : _____.

Ответ: _____.

б) $\begin{cases} x + 2y - 4xy = 8, \\ -2x + y - 2xy = -1. \end{cases}$

Решение:

Умножим второе уравнение на -2 :

$$\begin{cases} x + 2y - 4xy = 8, \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{cases}$$

Складывая уравнения системы, находим x : _____

При этом значении x первого уравнения находим y : _____

Ответ: _____

$$\text{в) } \begin{cases} 2x^2 + 7xy + y^2 = 3, \\ x^2 + 7xy + y^2 = 3. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____

$$\text{г) } \begin{cases} x^2 + 6y - 2x + 6 = 0, \\ y^2 - x^2 + 2x - 1 = 0. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____

7. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 + y^2 = 10, \\ xy = -3. \end{cases}$$

Решение:

Прибавляя к первому уравнению второе, умноженное на 2, получим

$(x + y)^2 =$ _____, откуда $y =$ _____

или $y =$ _____.

Подставляя эти выражения для y во второе уравнение системы, находим _____

$x_1 =$ _____, $y_1 =$ _____; $x_2 =$ _____, $y_2 =$ _____;

$x_3 =$ _____, $y_3 =$ _____; $x_4 =$ _____, $y_4 =$ _____.

Ответ: _____

$$6) \begin{cases} x^2 + y^2 = 5, \\ xy = -2. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Решите систему уравнений:

$$a) \begin{cases} x + y = -1, \\ xy = -12. \end{cases}$$

Решение:

По теореме, обратной теореме Виета, искомые числа являются корнями уравнения $t^2 + t - 12 = 0$, $t_{1,2} = \frac{-1 \pm 7}{2}$, $t_1 = -4$, $t_2 = 3$.

Ответ: $(-4; 3)$, $(3; -4)$.

$$6) \begin{cases} x + y = 9, \\ \frac{1}{x} + \frac{1}{y} = \frac{9}{8}. \end{cases}$$

Решение:

Так как $x \neq 0$, $y \neq 0$, то из второго уравнения, используя первое, получаем _____.

По теореме, обратной теореме Виета: _____

Ответ: _____.

$$в) \begin{cases} x - 3y = 5, \\ \frac{1}{3y} - \frac{1}{x} = \frac{5}{6}. \end{cases}$$

Решение:

Ответ: _____.

$$\Gamma) \begin{cases} x^2 - 8x + y^2 + 6y = -25, \\ 3x^2 - 5xy - 7y^2 = 45. \end{cases}$$

Решение:

Выделив в первом уравнении системы два полных квадрата, перепишем её в виде:

$$\begin{cases} (x-4)^2 + (y+3)^2 = 0, \\ 3x^2 - 5xy - 7y^2 = 45. \end{cases}$$

Очевидно, что первое уравнение системы имеет единственное решение: (______). Проверим, является ли эта пара решением второго уравнения системы: _____.

Ответ: _____.

$$\Delta) \begin{cases} x^2 - 6x + y^2 - 2y + 10 = 0, \\ 15x - 44y = 1. \end{cases}$$

Решение:

Ответ: _____.

9. Решите систему уравнений:

$$\text{а) } \begin{cases} x^2 - 7xy + 12y^2 = 0, \\ x^2 - 15xy + 45y^2 = 25. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____.

$$\text{б) } \begin{cases} x^2y - x^3y = 2, \\ y - xy = 2. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____.

$$в) \begin{cases} \frac{y}{x} + \frac{2x}{y} = 3, \\ \frac{4y}{x} + \frac{x}{y} = 5. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____.

$$г) \begin{cases} x^2 - xy - 2y^2 + x + y = 0, \\ 3x^2 + 3xy - 2y = 6. \end{cases}$$

Решение: _____

Ответ: _____.

10. Найдите значения параметра a , при которых система $\begin{cases} x + y = a, \\ xy = a - 1 \end{cases}$

а) имеет единственное решение;

б) имеет два решения;

в) не имеет решений.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____.

11. Для каждого значения a решите систему уравнений $\begin{cases} x + ay = 2, \\ xy = a. \end{cases}$

Решение: _____

Ответ: _____.

12. Найдите все пары целых чисел x и y , удовлетворяющих уравнению, сведением его к системе уравнений.

а) $x^2 + 9y^2 - 6x - 30y + 34 = 0$.

Решение: _____

Ответ: _____.

б) $|x - 3| + |y - 2| = 2$.

Решение: _____

Ответ: _____.

13. Проверьте себя.

Решите систему уравнений.

а) $\begin{cases} x + 2y = -2, \\ xy = -8; \end{cases}$

б) $\begin{cases} 7x^2 + 3y^2 = 31, \\ 7x^2 - 3y^2 = 25. \end{cases}$

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.



П. 17. РЕШЕНИЕ ЗАДАЧ С ПОМОЩЬЮ СИСТЕМ УРАВНЕНИЙ ВТОРОЙ СТЕПЕНИ

1. Вычислите: $\frac{3}{4} : \frac{5}{6} + 2\frac{1}{2} \cdot \frac{2}{5} - 1 : 1\frac{1}{9}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Запишите уравнением предложение:

а) утроенное произведение чисел x и y больше их разности на единицу

б) сумма квадратов чисел x и y вдвое больше их суммы

в) разность произведения чисел x и y и числа y равна нулю

г) сумма кубов чисел x и y в три раза больше их разности

3. Пусть длины сторон некоторого прямоугольника равны x см и y см. Дайте словесную формулировку следующего утверждения:

а) $2x + 2y = 54$

б) $x - y = 3$

в) $xy = 10$

г) $x^2 + y^2 = 16$

д) $2(x + y) = 47$

4. Существуют ли два числа таких, что:

а) их сумма равна 10, а произведение равно -39 ;

Решение:

Ответ:

б) их разность равна 3, а произведение равно -5 ?

Решение:

Ответ:

5. В классе 29 учащихся. При посадке деревьев в парке каждая девочка посадила по 3 дерева, а каждый мальчик — по 4 дерева. Всего было посажено 102 дерева. Сколько в классе девочек и сколько мальчиков?

Пусть в классе x девочек и y мальчиков. Какая система уравнений соответствует условию задачи?

$$\text{а) } \begin{cases} x + y = 29, \\ \frac{x}{3} + \frac{y}{4} = 102; \end{cases}$$

$$\text{б) } \begin{cases} x + y = 29, \\ \frac{x}{4} + \frac{y}{3} = 102; \end{cases}$$

$$\text{в) } \begin{cases} x + y = 29, \\ 4x + 3y = 102; \end{cases}$$

$$\text{г) } \begin{cases} x + y = 29, \\ 3x + 4y = 102. \end{cases}$$

Ответ: _____.

6. Сумма двух чисел равна 3, а сумма их квадратов равна 65. Найдите эти числа. Закончите решение задачи.

Решение:

Пусть первое число равно x , а второе — y . Тогда их сумма равна _____, что по условию равно 3. Следовательно, _____ (1).

Сумма квадратов этих чисел равна _____, что по условию задачи равно 65. Следовательно, _____ (2).

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

Ответ: _____.

7. Одно число на 15 больше другого, а их произведение равно -26 . Найдите эти числа. Сколько решений имеет задача?

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Участок земли прямоугольной формы площадью 6 соток ограничен забором, длина которого 100 м. Найдите длины сторон этого участка. Закончите решение задачи.

Решение:

Пусть длина участка равна x м, а ширина — y м. Длина забора равна _____, что по условию задачи составляет 100 м.

Следовательно, _____ (1).

Площадь участка равна _____ м^2
или 600 м^2 , значит _____ (2).

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её.

Ответ: _____.

9. Периметр прямоугольника равен 54 м, а площадь 162 м^2 . Определите стороны прямоугольника.

Решение: _____

Ответ: _____.

10. Сад заложен на участке прямоугольной формы. Площадь участка 700 м^2 , а одна из его сторон на 15 м короче другой.

Найдите стороны участка.

Решение: _____

Ответ: _____.

11. Гипотенуза прямоугольного треугольника равна 25 см. Найдите площадь треугольника, если известно, что один из его катетов на 17 см больше другого.

Решение: _____

Ответ: _____.

12. Расстояние между пунктами A и B равно 15 км. Два велосипедиста выехали из этих пунктов навстречу друг другу, встретились через 30 мин и, не останавливаясь, продолжили путь. Второй велосипедист прибыл в пункт A на 25 мин раньше, чем первый в пункт B .

Найдите скорость каждого велосипедиста. Закончите решение задачи.

Решение:

Пусть скорость первого велосипедиста x км/ч, а второго — y км/ч. Тогда за 30 мин, т. е. за $\frac{1}{2}$ ч, первый велосипедист проехал _____ км, а второй _____ км. Вместе за $\frac{1}{2}$ ч они проехали 15 км, следовательно _____ (1).

Первый велосипедист затратил на весь путь _____ ч, а второй _____ ч, при этом первое время на 25 мин, т. е. на $\frac{5}{12}$ ч, больше второго, следовательно _____ (2). Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

Ответ: _____.

13. Два катера вышли одновременно навстречу друг другу из пунктов A и B , расстояние между которыми 150 км. Через 1 ч 30 мин они встретились и, не останавливаясь, продолжили путь с той же скоростью.

Первый катер прибыл в пункт B на 1 ч 15 мин раньше, чем второй — в пункт A .

Сколько времени был в пути каждый катер?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Найдите двузначное число, зная, что число его единиц на 4 меньше числа его десятков, а произведение искомого числа и суммы его цифр равно 1330. Закончите решение задачи.

Решение:

Пусть $\overline{xy}$ искомого двузначное число, т. е. $\overline{xy} = 10x + y$. По условию задачи число единиц на 4 меньше числа десятков. Следовательно _____

(1).

Произведение искомого числа и суммы его цифр равно 1330, т. е. _____ (2).

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

Ответ: _____.

15. Найдите двузначное число, если цифра десятков на 2 больше цифры единиц, а произведение числа на сумму его цифр равно 640.

Решение: _____

Ответ: _____.

16. Машинистка рассчитала, что если она будет печатать ежедневно на 2 листа более установленной для неё нормы, то закончит работу ранее намеченного срока на 3 дня; если же будет печатать на 4 листа сверх нормы, то закончит работу на 5 дней раньше срока.

Сколько листов она должна была печатать и в какой срок? Закончите решение задачи.

	N производительность (работа в единицу времени) (лист/день)	время t (дни)	работа A (листы)
норма	x	y	xy
план 1	$x + 2$	$y - 3$	$(x + 2)(y - 3)$
план 2	$x + 4$	$y - 5$	$(x + 4)(y - 5)$

Составим два уравнения, исходя из того, что работа не изменилась
 _____ (1), _____ (2).

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её:

Ответ: _____.

17. Двое рабочих, работая вместе, выполняют работу за 8 часов. Первый из них, работая отдельно, может выполнить всю работу на 12 часов быстрее, чем второй рабочий. За сколько часов каждый из них, работая отдельно, может выполнить эту работу?

Решение: _____

Ответ: _____.

18. К сахарному сиропу, содержащему 45 г сахара, добавили 45 г воды. После этого концентрация сиропа уменьшилась на 5%. Сколько воды содержал сироп первоначально и какова была его концентрация? Закончите решение задачи.

Решение:

Пусть сироп содержал первоначально x г воды, а его концентрация, равная _____, составляла $y\%$, т. е. $\frac{y}{100}$. Следовательно,

(1).

После добавления 45 г воды концентрация стала равной _____, что на 5% меньше первоначальной концентрации.

Отсюда _____ (2).

Из уравнений (1) и (2) составим систему и решим её.

Ответ: _____.

19. Смешав 70%-й и 60%-й растворы кислоты и добавив 2 кг чистой воды, получили 50%-й раствор кислоты. Если бы вместо 2 кг воды добавили 2 кг 90%-го раствора той же кислоты, то получили бы 70%-й раствор кислоты. Сколько килограммов 60%-го раствора использовали для получения смеси?

Решение: _____

Ответ: _____.

20. Проверьте себя.

Периметр прямоугольника равен 28 см, а его диагональ равна 10 см. Найдите стороны прямоугольника.

Решение: _____

Ответ: _____.



П. 18. НЕРАВЕНСТВА С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

1. Вычислите: $5,86 - 3 \frac{5}{6} \cdot \frac{15}{23} + \frac{15}{28} : 4 \frac{2}{7}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Прочитайте п. 21 учебника и закончите предложение.

Решением неравенства с двумя переменными называется _____, преобразующая данное неравенство в числовое неравенство.

3. Является ли пара чисел $(-2; 3)$ решением неравенства?

а) $3x - 7y + 5 > 0$;

в) $(x - 1)^2 + (y - 2)^2 < 3$;

б) $x^2 + 2xy - 5y^2 < 10$;

г) $(x - y)(y + 3) > -80$?

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

4. Найдите два каких-нибудь решения неравенства:

а) $y < 6x - 1$;

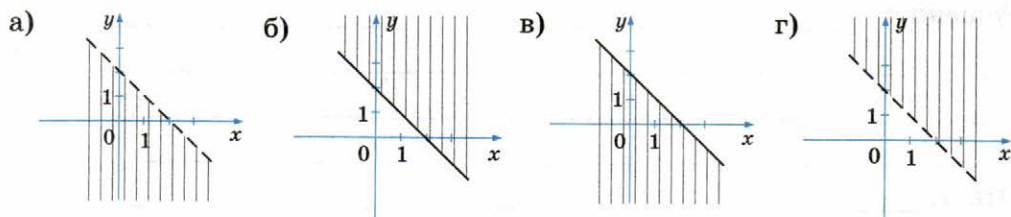
в) $y \leq x^2 - 5$;

б) $y > 4x + 3$;

г) $x^2 - y^2 > 3$.

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

5. На рисунке изображена прямая $y = -x + 2$ и показаны множества точек, задаваемые четырьмя разными неравенствами. Запишите соответствующие неравенства.



Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

6. Из данных неравенств выберите те, для которых пара чисел $x = 3$, $y = -0,5$ является решением:

а) $10x - 3y - 18 > 0$;

г) $(3x - 5)^2 + 4y > 18$;

б) $x^2 - xy \leq 2$;

д) $-x^2 + 4y + 6 > 0$;

в) $(x - 2)^2 - (2y + 3)^2 \leq 0$;

е) $\frac{1}{2}x^2 - \frac{1}{3}y^2 \geq \frac{1}{6}$.

Ответ: _____.

7. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

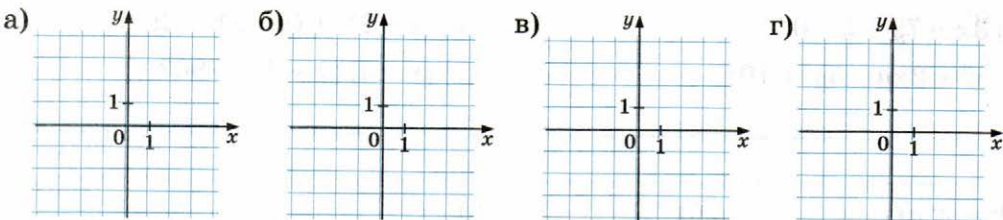
а) $x \leq -2$;

б) $y \geq 2$;

в) $-4 \leq y < 4$;

г) $-3 < x \leq 2$.

Решение:



8. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

а) $y < 3x - 6$;

в) $y \leq \frac{1}{2}x + 3$;

б) $y > -x + 2$;

г) $y \geq -4x - 8$.

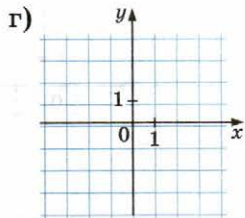
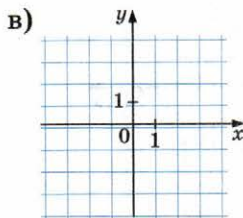
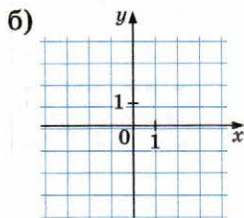
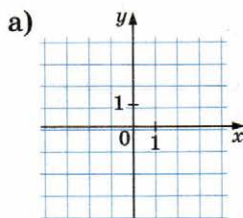
Решение:

x		
y		

x		
y		

x		
y		

x		
y		



9. Задайте неравенством с двумя переменными:

а) круг с центром в точке $(-2; 3)$ и радиусом, равным 5;

б) множество точек, расположенных вне круга с центром в точке $(-2; 0)$ и радиусом 4;

в) открытую полуплоскость, расположенную выше биссектрисы II и IV координатных углов;

г) полуплоскость, расположенную правее прямой $x = 2$:

10. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

а) $y \geq x^2 - 2$;

б) $x^2 + y^2 < 25$;

в) $(x - 2)^2 + (y - 3)^2 \geq 25$;

г) $y < -x^2 + 3$.

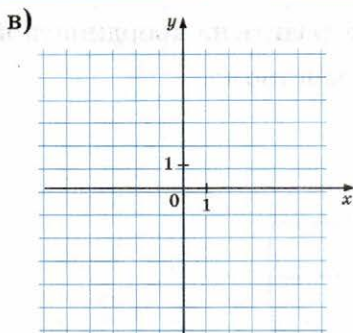
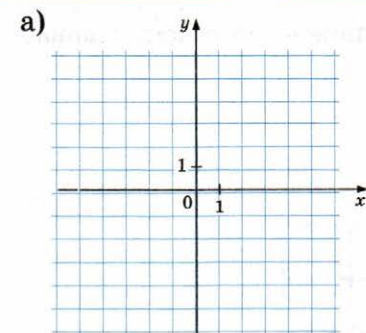
Решение:

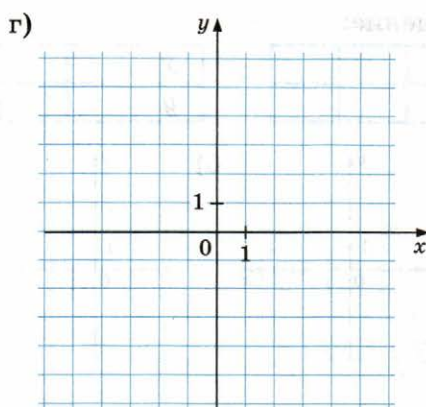
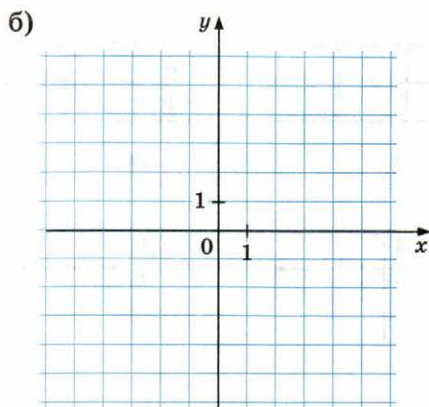
x		
y		

x		
y		

x		
y		

x		
y		





11. Какое множество точек задаётся на координатной плоскости неравенством?

а) $x^2 + y^2 - 4x - 10y + 13 \leq 0$;

Решение: _____

Ответ: _____.

б) $x^2 + 2x + y^2 + 10y + 22 \geq 0$.

Решение: _____

Ответ: _____.

12. Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством:

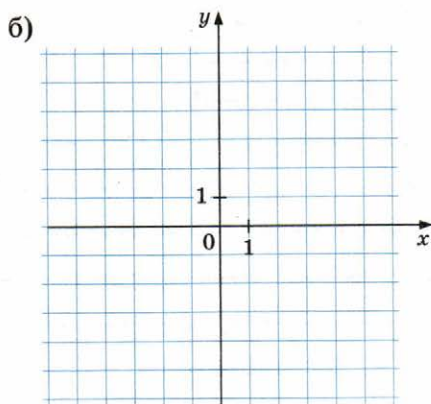
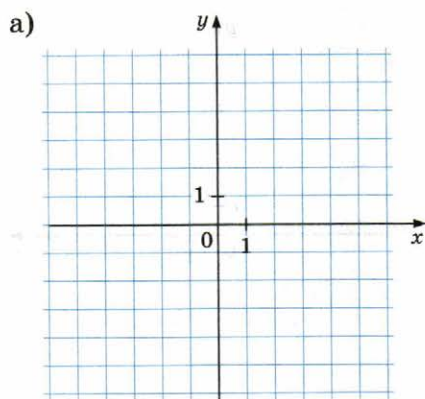
а) $xy \leq 2$;

б) $y \leq \frac{2}{x}$.

Решение:

x		
y		

x		
y		



13. Изобразите на координатной плоскости множество решений неравенства:

а) $y \leq |x - 4|$;

в) $y > |3 - x|$;

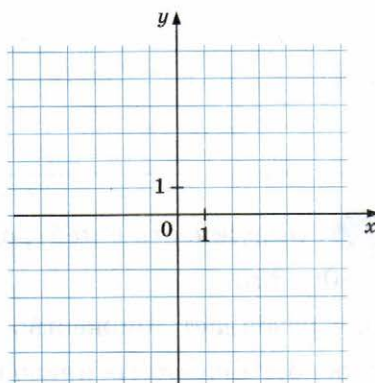
б) $y > -x^2 + 2$;

г) $y \leq x^2 - 4x + 3$.

Решение:

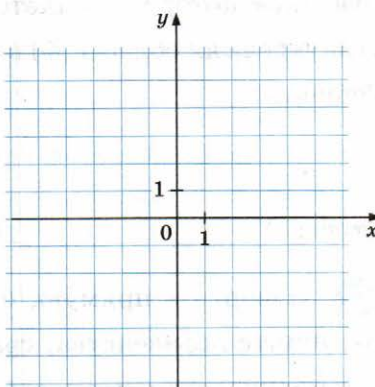
а)

x		
y		



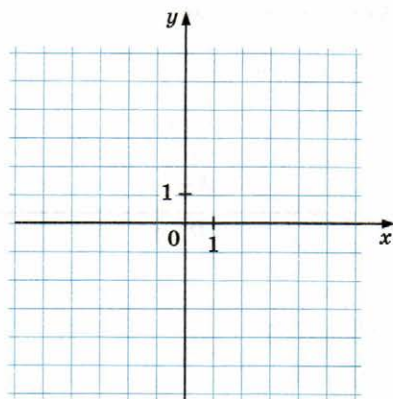
б)

x						
y						



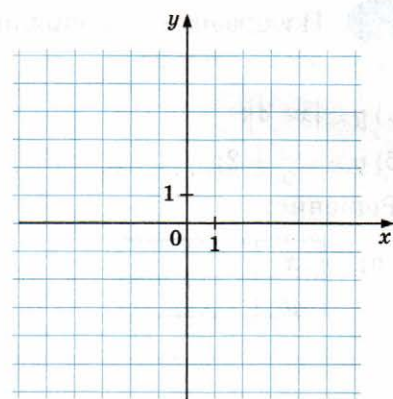
в)

x		
y		



г)

x						
y						



14. Окружность с центром в начале координат проходит через точку $(-40; -30)$.

Она разбивает множество не принадлежащих ей точек координатной плоскости на внутреннюю и внешнюю области. Напишите неравенство, графиком которого является

а) внутренняя область; б) внешняя область.

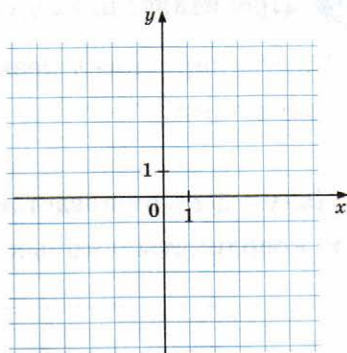
Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

15. Начертите прямую, проходящую через точки $A(3; 3)$ и $B(-3; 3)$. Напишите неравенства, графиками которых является верхняя и нижняя полуплоскости, определяемые этой прямой.

Решение: _____

Ответ: _____

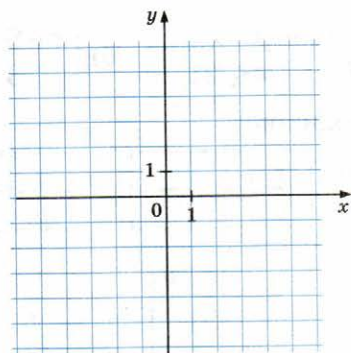


16. Проверьте себя.

а) Найдите два каких-нибудь решения неравенства: $y \leq 2x + 5$.

б) Изобразите на координатной плоскости множество точек, задаваемое неравенством: $y < \frac{1}{3}x + 3$.

x		
y		



П. 19. СИСТЕМЫ НЕРАВЕНСТВ С ДВУМЯ ПЕРЕМЕННЫМИ

1. Вычислите: $7\frac{1}{2} \cdot 2\frac{2}{3} - 12\frac{1}{4} : \frac{7}{2} + 3\frac{3}{8} + 2\frac{3}{4}$.

Решение: _____

2. Прочитайте п. 22 учебника и ответьте на вопросы:

а) Какую пару чисел называют решением системы неравенств с двумя переменными?

б) Какую фигуру представляет множество точек координатной плоскости, координаты которых — решения системы линейных неравенств?

3. Является ли решением системы неравенств $\begin{cases} x^2 + 4y \leq 5, \\ 2x - y > 6 \end{cases}$ пара чисел:

а) (2; 0); б) (1; -1); в) (0; -2); г) (1; -8); д) (3; -7)?

Решение:

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____; д) _____.

4. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} x + y \leq 5, \\ y - x \leq 2; \end{cases}$ б) $\begin{cases} x + 8 \geq 0, \\ y - 3 \leq 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} -3x + y > -1, \\ x - y > 2; \end{cases}$ г) $\begin{cases} y < x - 1, \\ y + x < 3. \end{cases}$

Решение:

а)

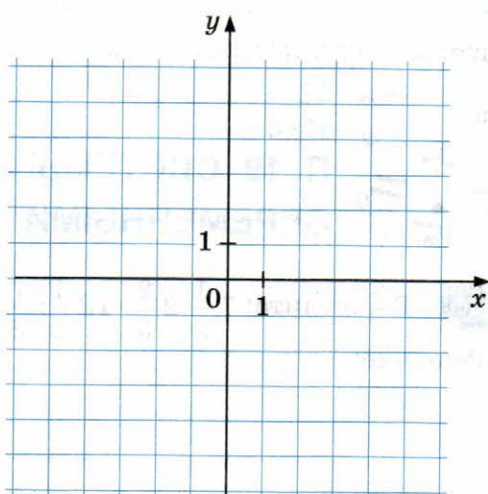
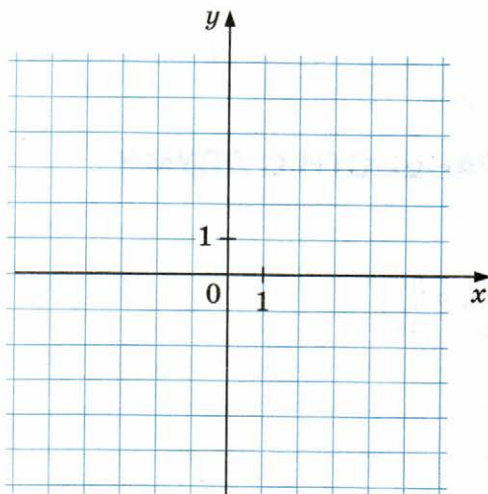
x		
y		

x		
y		

б)

x		
y		

x		
y		



в)

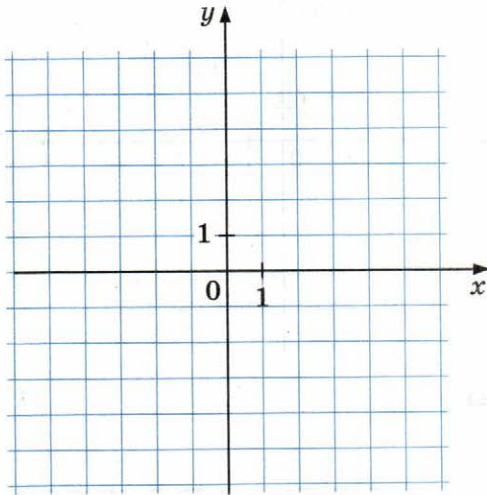
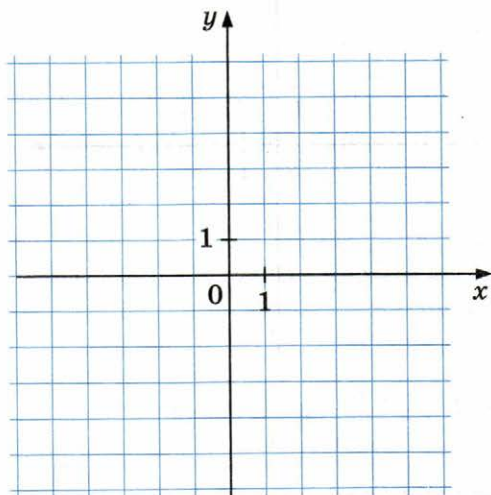
x		
y		

x		
y		

г)

x		
y		

x		
y		



5. Подберите какие-либо значения a и b так, чтобы пары чисел $(-3; a)$ и $(b; 5)$ были решениями системы $\begin{cases} x^2 - 2y < 3, \\ x - 3y < 12. \end{cases}$

Решение: _____

Ответ: _____.

6. Покажите штриховкой на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} 3y - x - 1 \geq 0, \\ 2x - y - 1 \geq 0; \end{cases}$

в) $\begin{cases} -x + y < -1, \\ x - y > 4; \end{cases}$

б) $\begin{cases} x + y \geq -5, \\ y \leq -2 - x; \end{cases}$

г) $\begin{cases} x - 3y > -3, \\ -\frac{1}{3}x + y < 3. \end{cases}$

Решение:

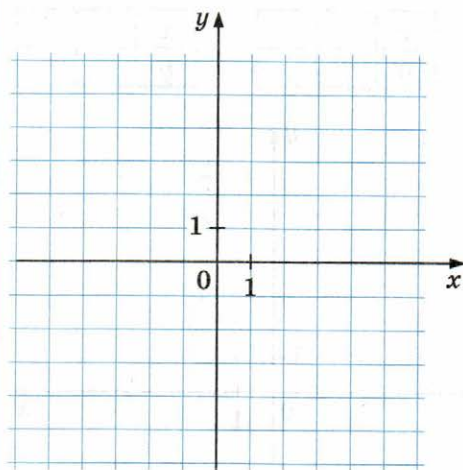
а) _____ ; б) _____

x		
y		

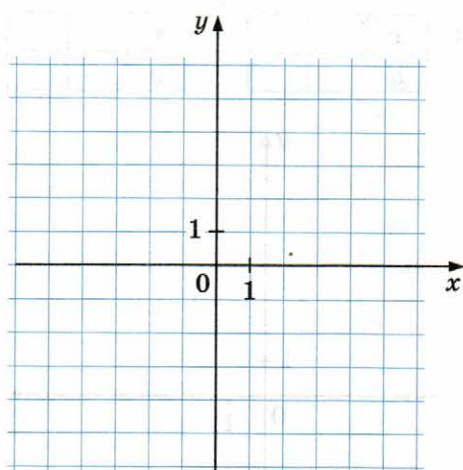
x		
y		

x		
y		

x		
y		



в) _____ ;



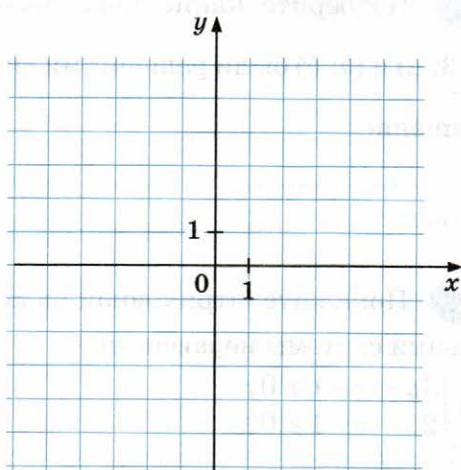
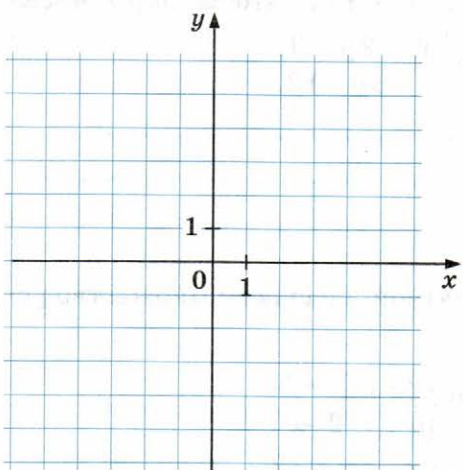
г) _____

x		
y		

x		
y		

x		
y		

x		
y		



7. Изобразите на координатной плоскости множество решений системы:

а) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 16, \\ y - x \geq -2; \end{cases}$

б) $\begin{cases} (x-2)^2 + (y-3)^2 \leq 9, \\ x^2 + y^2 \leq 1; \end{cases}$

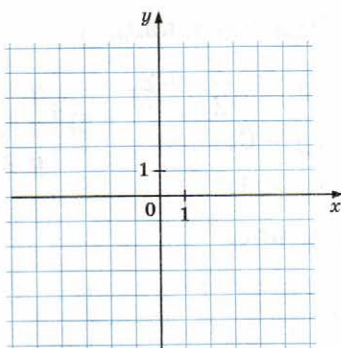
в) $\begin{cases} x^2 + y^2 \geq 1, \\ x^2 + y^2 \leq 9; \end{cases}$

г) $\begin{cases} y \geq x^2 + 2, \\ y \leq 4. \end{cases}$

Решение:

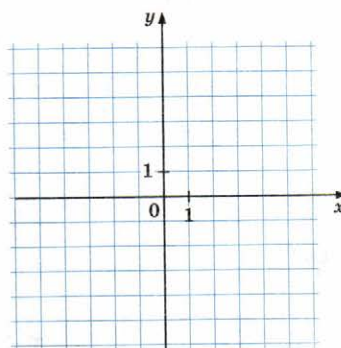
а)

x		
y		



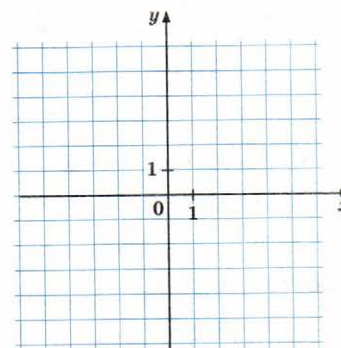
б)

x		
y		



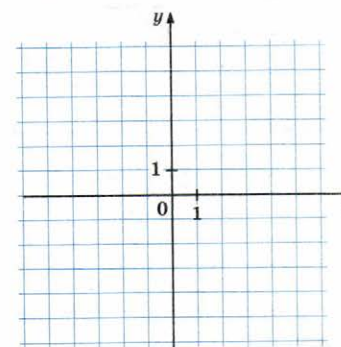
в)

x		
y		



г)

x						
y						



8. Изобразите на рисунке фигуру, заданную системой неравенств, и найдите её площадь:

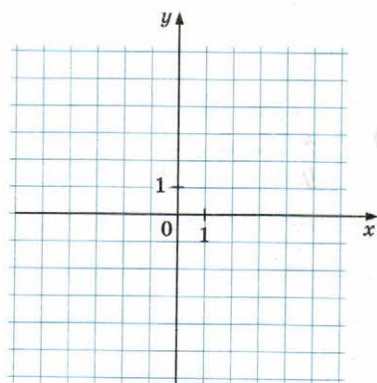
а) $\begin{cases} y \leq -\frac{1}{2}x + 2, \\ y \geq 0, \\ x \geq 0; \end{cases}$ б) $\begin{cases} y + 2x \leq 4, \\ y \leq 2x + 4, \\ y \geq 0; \end{cases}$ в) $\begin{cases} x \leq 0, \\ y \geq 0, \\ 2x + 5y \leq 10; \end{cases}$ г) $\begin{cases} x^2 + y^2 \leq 4x, \\ y \leq 0. \end{cases}$

Решение:

а)

x		
y		

Ответ: _____

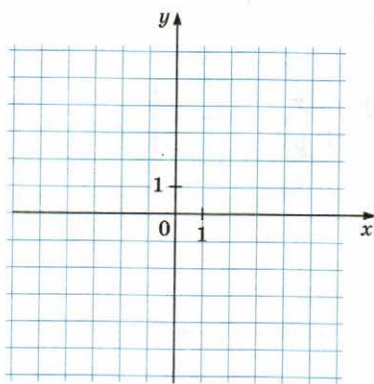


б)

x		
y		

x		
y		

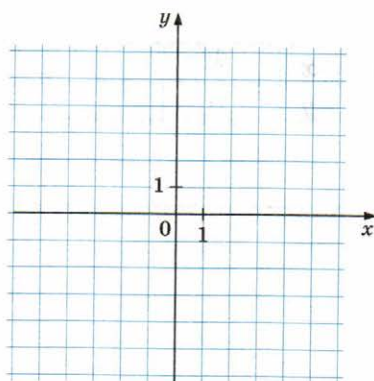
Ответ: _____



в)

x		
y		

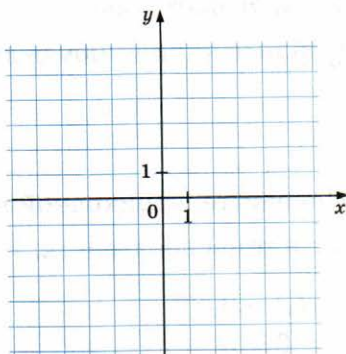
Ответ: _____



г)

x		
y		

Ответ:



9. Задайте системой неравенств кольцо, если ограничивающие его окружности имеют центр $(-2; 2)$ и их радиусы равны 3 и 4. Найдите площадь кольца.

Решение:

Ответ:

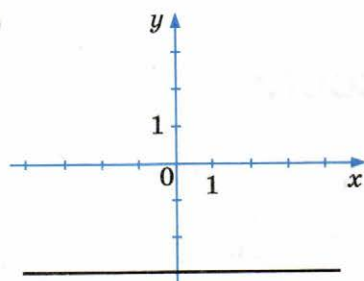
10. На рисунке построена прямая $y = -3$. Постройте ещё одну прямую $y = kx + b$ так, чтобы система неравенств $\begin{cases} y \geq -3, \\ y \leq kx + b \end{cases}$ задавала на координатной плоскости:

а) угол;

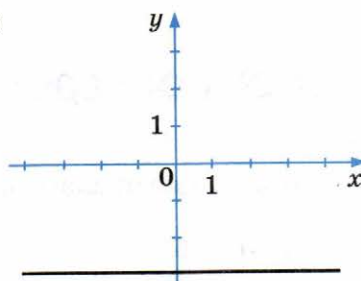
б) полосу.

Запишите полученную систему неравенств.

а)



б)



Ответ: а) $\left\{ \begin{array}{l} \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{array} \right.$ б) $\left\{ \begin{array}{l} \underline{\hspace{2cm}} \\ \underline{\hspace{2cm}} \end{array} \right.$

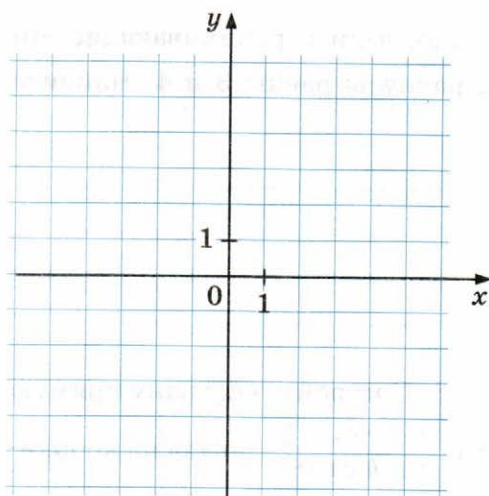
11. Проверьте себя.

1) Найдите какие-нибудь два решения системы неравенств

$$\begin{cases} y > 4 - 5x, \\ x^2 + 2y < 3. \end{cases}$$

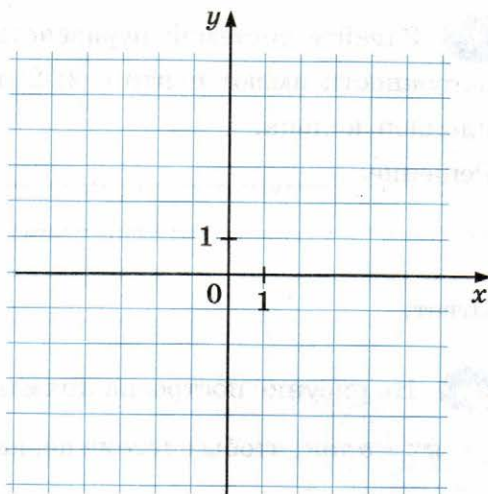
2) Покажите штриховкой на координатной плоскости множество решений системы неравенств:

а) $\begin{cases} x + 3 \geq 0, \\ y - 6 \leq 0; \end{cases}$



x							
y							

б) $\begin{cases} y \geq x - 4, \\ y \leq -x + 4. \end{cases}$



x							
y							



П. 20. ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТИ

1. Найдите значение числового выражения:

а) $(-1,5 + 4 - 2,5) \cdot (-6);$

б) $\left(\frac{1}{5} - \frac{1}{4}\right) : (-1,6 - 3,3 + 5).$

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 24 учебника и ответьте на вопросы:

а) Что значит задать числовую последовательность?

б) Какие способы задания числовых последовательностей вы знаете?

в) Приведите пример бесконечной числовой последовательности, заданной формулой её n -го члена. Назовите её первый, второй, пятый, n -й, $(n + 1)$ -й члены.

г) Приведите пример последовательности, заданной рекуррентной формулой. Найдите пять первых членов этой последовательности.

д) В чём преимущество задания последовательности формулой n -го члена перед рекуррентной формулой?

3. Пусть (a_n) — последовательность чисел, обратных натуральным.

а) Выпишите первые десять членов этой последовательности:

б) Найдите, чему равен указанный член последовательности:

$$a_3 = \underline{\hspace{2cm}}; a_8 = \underline{\hspace{2cm}}; a_{102} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

4. Пусть (a_n) — последовательность правильных несократимых дробей с знаменателем 100.

а) Заполните таблицу, записав в ней первые десять членов этой последовательности.

Номер члена последовательности	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Обозначение	a_1	a_2								
Член последовательности	$\frac{1}{100}$	$\frac{3}{100}$								

б) Закончите равенства:

$$a_5 = \underline{\hspace{2cm}}; a_9 = \underline{\hspace{2cm}}; a_{13} = \underline{\hspace{2cm}}; a_{14} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

в) Укажите номер члена последовательности, равного

$$\frac{3}{100} \underline{\hspace{2cm}}; \frac{11}{100} = \underline{\hspace{2cm}}; \frac{17}{100} = \underline{\hspace{2cm}}; \frac{29}{100} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

г) Найдите последний член этой последовательности и укажите его номер. $\underline{\hspace{4cm}}$

5. Какой член последовательности (a_n) следует за указанным членом?

$$a_{13} = \underline{\hspace{2cm}}; a_{47} = \underline{\hspace{2cm}}; a_{82} = \underline{\hspace{2cm}}; a_n = \underline{\hspace{2cm}};$$

$$a_{n+1} = \underline{\hspace{2cm}}; a_{n+4} = \underline{\hspace{2cm}}.$$

6. Какой член последовательности (b_n) предшествует указанному члену: $\underline{\hspace{2cm}}, b_7$; $\underline{\hspace{2cm}}, b_{15}$; $\underline{\hspace{2cm}}, b_{29}$; $\underline{\hspace{2cm}}, b_{n+5}$?

7. Последовательность задана формулой $a_n = n^2$.

а) Какой номер имеет член этой последовательности, равный:

$$121 \underline{\hspace{2cm}}; \quad 169 \underline{\hspace{2cm}};$$

$$144 \underline{\hspace{2cm}}; \quad 225 \underline{\hspace{2cm}}?$$

б) Является ли членом последовательности число:

$$28 \underline{\hspace{2cm}}; \quad 49 \underline{\hspace{2cm}};$$

$$64 \underline{\hspace{2cm}}; \quad 100 \underline{\hspace{2cm}}?$$

8. Последовательность задана формулой $a_n = n^2 - 4n - 5$. Является ли членом этой последовательности число: а) -8 , б) -5 , в) -3 , г) 0 ? Если является, то каков номер этого члена?

Решение: $\underline{\hspace{4cm}}$

$\underline{\hspace{4cm}}$

Ответ: а) $\underline{\hspace{2cm}}$; б) $\underline{\hspace{2cm}}$; в) $\underline{\hspace{2cm}}$; г) $\underline{\hspace{2cm}}$.

9. Какие члены последовательности (c_n) заключены между указанными членами?

$$c_7, \underline{\hspace{2cm}}, c_{14}; c_n, \underline{\hspace{2cm}}, c_{n+7}?$$

10. Последовательность задана формулой $a_n = n^2 - 2n + 3$. Найдите указанные члены последовательности:

$$a_{11} = 11^2 - 2 \cdot 11 + 3 = 102.$$

$$a_{25} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$a_{40} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$a_{50} = \underline{\hspace{10cm}}$$

$$a_{100} = \underline{\hspace{10cm}}$$

11. Выпишите первые шесть членов последовательности (a_n) , если:

а) $a_n = 7n - 2$ $\underline{\hspace{10cm}}$

б) $a_n = \frac{4}{n+1}$ $\underline{\hspace{10cm}}$

в) $a_n = n^2 - 2$ $\underline{\hspace{10cm}}$

12. Выпишите первые шесть членов последовательности, если:

а) $x_1 = 5, x_{n+1} = 6 \cdot x_n$ $\underline{\hspace{10cm}}$

б) $a_1 = -8, a_{n+1} = \frac{1}{a_n}$ $\underline{\hspace{10cm}}$

в) $b_1 = -3, b_2 = -4, b_n = \frac{b_{n-2}}{b_{n-1}}$, где $n \geq 3$ $\underline{\hspace{10cm}}$

13. Запишите формулу общего члена последовательности:

а) 1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, ... $\underline{\hspace{10cm}}$

б) 4, 8, 12, 16, 20, 24, ... $\underline{\hspace{10cm}}$

в) $1, \frac{2}{3}, \frac{3}{5}, \frac{4}{7}, \frac{5}{9}, \frac{6}{11}, \dots$ $\underline{\hspace{10cm}}$

г) -1, 1, -1, 1, -1, 1, ... $\underline{\hspace{10cm}}$

14. Последовательность (a_n) задана формулой

а) $a_n = 3n - 8$;

б) $a_n = n^2 - 7n$.

Укажите номера отрицательных членов последовательности и вычислите эти члены.

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

15. Последовательность задана формулой n -го члена:

а) $a_n = 189 - 3n$;

б) $b_n = 131 - 7n$.

Сколько положительных членов у этой последовательности?

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

16. Найдите все значения a , при каждом из которых последовательность, заданная формулой общего члена $b_n = n^2 - 40n + 400 - a$, имеет:

а) единственный отрицательный член;

б) ровно пять отрицательных членов;

в) ровно двадцать отрицательных членов.

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

17. Последовательность (b_n) задана формулой:

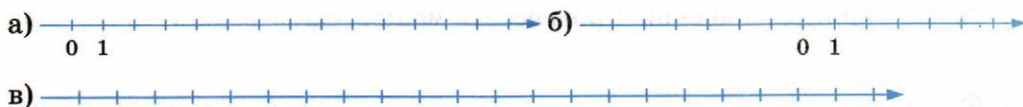
а) $b_n = 2n + 1$;

б) $b_n = 6 - 3n$;

в) $b_n = 11 - n^2$.

Вычислите первые пять членов этой последовательности и изобразите их точками на координатной прямой.

Решение:



18. а) Проверьте себя. Найдите первые шесть членов последовательности, заданной формулой n -го члена:

$$x_n = n^2 + n - 1.$$

- б) Последовательность задана формулой n -го члена:

$$a_n = \frac{n-1}{n+1}.$$

Вычислите десятый и тринадцатый члены последовательности.



П. 21. ОПРЕДЕЛЕНИЕ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Вычислите.

$$\frac{8,4 \cdot \left(1\frac{5}{8} + \frac{17}{18}\right) - 15\frac{59}{60}}{646,8 : 21}$$

Решение: _____

2. Прочитайте п. 25 учебника и закончите предложения.

а) Арифметической прогрессией называется последовательность, каждый член которой, начиная со второго, равен _____ члену _____ с одним и тем же числом.

б) Каждый член арифметической прогрессии, начиная со второго, равен _____ предыдущего и последующего членов.

- в) Любая арифметическая прогрессия может быть задана формулой _____.
- г) Формула _____ называется формулой n -го члена арифметической прогрессии.
- д) Число d называется _____.

3. Какая из следующих последовательностей является арифметической прогрессией?

а) 1; 3; 4; 6; ...;

в) 17; 14; 11; 8; ...;

б) 5; 10; 17; 26; ...;

г) 3; 10; 17; 24; ...;

Ответ: _____.

4. Укажите первый член и разность арифметической прогрессии:

а) 7; 9; 11; ...

$a_1 =$ _____ ; $d =$ _____ ;

б) -13; -10; -7; ...

$a_1 =$ _____ ; $d =$ _____ ;

в) 1; 6; 11; 16; ...

$a_1 =$ _____ ; $d =$ _____ ;

г) -14; -9; -4; ...

$a_1 =$ _____ ; $d =$ _____ .

5. Выпишите все пропущенные члены арифметической прогрессии, если известно, что её разность равна -3:

57; _____ ; 27.

Сколько членов прогрессии вы вписали? _____

6. В арифметической прогрессии (a_n) , разность которой равна 11, известен девятый член: ...; 57; Восстановите начало прогрессии. Начиная с какого номера члены этой прогрессии положительны? Сколько в ней отрицательных членов?

Решение:

_____ ; 57; ...

члены прогрессии положительны, начиная с номера _____

количество отрицательных членов прогрессии _____ .

7. В арифметической прогрессии (a_n) известны a_7 и a_8 : ...; 14; 10; Запишите все предшествующие члены этой прогрессии и все последующие до двенадцатого включительно.

Сколько положительных членов в этой прогрессии?

Начиная с какого номера члены прогрессии отрицательны?

Решение:

_____ ; 14; 10; _____ ... ;
 количество положительных членов прогрессии _____ ;
 члены прогрессии отрицательны, начиная с номера _____ .

8. Заполните таблицу:

арифметическая прогрессия	a_1	d	a_{15}	a_{27}	a_{102}
-13; -8; -3; ...					
14; 8; 2; ...					
-1; 5; 11; ...					
1; -4; -9; -14; ...					

9. Выразите через a_1 и d указанные члены арифметической прогрессии:

$$a_6 = a_1 + d(6 - 1) = a_1 + 5d;$$

$$a_{121} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{10} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{96} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{13} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_5 = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{27} = \underline{\hspace{2cm}}$$

$$a_{19} = \underline{\hspace{2cm}}$$

10. Запишите формулу n -го члена арифметической прогрессии:

а) 2; 7; 12; 17; ... $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$; $d = \underline{\hspace{1cm}}$; $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$

б) 32; 28; 24; 20; ... $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$; $d = \underline{\hspace{1cm}}$; $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$

в) -7; -1; 5; 11; ... $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$; $d = \underline{\hspace{1cm}}$; $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$

г) 8; 11; 14; 17; ... $a_1 = \underline{\hspace{1cm}}$; $d = \underline{\hspace{1cm}}$; $a_n = \underline{\hspace{1cm}}$

11. Найдите члены последовательности, обозначенные буквами, если известно, что эта последовательность — арифметическая прогрессия:

а) a_1 ; 14; a_3 ; 16; a_5 ; a_6 ; ...;

$a_1 =$ _____; $a_3 =$ _____; $a_5 =$ _____; $a_6 =$ _____

б) -9 ; a_2 ; -19 ; ...; a_{16} ; -89 ; a_{18} ; ...

$a_2 =$ _____; $a_{16} =$ _____; $a_{18} =$ _____

12. Чему равен первый положительный член арифметической прогрессии -43 ; -40 ; -37 ; ...?

Решение:

В данной прогрессии $a_1 =$ _____; $d =$ _____.

Значит, $a_n =$ _____.

Решим неравенство:

Ответ: _____.

13. Чему равен первый отрицательный член арифметической прогрессии 29 ; 24 ; 19 ; ...?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Пусть (a_n) — арифметическая прогрессия, у которой $a_4 = 6$ и $a_6 = 8$. Найдите a_5 , a_2 и a_9 .

Решение: _____

Ответ: $a_5 =$ _____; $a_2 =$ _____; $a_9 =$ _____.

15. Сколько имеется трёхзначных нечётных чисел?

Решение: _____

Ответ: _____.

16. Найдите возрастающую арифметическую прогрессию, у которой сумма первых трёх членов равна 27, а сумма их квадратов равна 275.

Решение:

Обозначим через a среднее из этих трёх чисел, а через d — разность прогрессии.

По условию: _____

Составим и решим систему уравнений: _____

Ответ: _____.

17. Число $-3,8$ является восьмым членом арифметической прогрессии (a_n) , а число -11 является её двенадцатым членом. Является ли членом этой прогрессии число $-30,8$? Если да, то каков его номер?

Решение: _____

Ответ: _____.

18. Последовательность (a_n) — арифметическая прогрессия. Известно, что $a_5 + a_9 = 60$. Найдите $a_3 + a_7 + a_{11}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

19. В арифметической прогрессии (a_n) найдите:

а) $a_2 + a_9$, если $a_1 + a_{10} = 142$

б) $a_1 + a_{31}$, если $a_4 + a_{28} = 38$

в) a_8 , если $a_6 + a_{10} = 96$

г) a_5 , если $a_3 + a_7 = -14$

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

20. Проверьте себя.

Найдите разность арифметической прогрессии и запишите её четвёртый и пятый член:

а) $4\frac{1}{2}$; 4; $3\frac{1}{2}$; ...

б) 7; $7\frac{1}{3}$; $7\frac{2}{3}$; ...

Решение:

Ответ:

а) $d =$ _____

б) $d =$ _____

$a_4 =$ _____

$a_4 =$ _____

$a_5 =$ _____

$a_5 =$ _____



П. 22. ФОРМУЛА СУММЫ ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Вычислите: $\frac{(0,2)^2 + 0,96}{4,5} + \frac{1}{9}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Прочитайте п. 26 и выполните задание:

а) Запишите формулу для вычисления суммы первых n членов арифметической прогрессии по её:

первому и n -му членам _____;

первому члену и разности прогрессии _____.

3. Найдите сумму первых двадцати членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

а) $a_1 = 6$; $a_{14} = 32$;

б) $a_1 = -12$; $a_{18} = 5$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

4. Найдите сумму первых двенадцати членов арифметической прогрессии, если:

а) $a_1 = -5$; $d = 0,8$;

б) $a_1 = \frac{1}{8}$; $d = -2$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

5. Найдите сумму первых восьмидесяти членов арифметической прогрессии (a_n) , если:

а) $a_1 = -2$; $a_{80} = 100$;

б) $a_1 = -13$; $d = 7$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

6. Найдите сумму первых n членов арифметической прогрессии:

а) 8; 12; 16; ..., если $n = 11$;

б) -9; -13; -17; ..., если $n = 12$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

7. Найдите сумму всех двузначных чисел: а) делящихся на 3; б) делящихся на 4; в) делящихся и на 3, и на 4; г) не делящихся ни на 3, ни на 4.

Решение:

а) Данная последовательность является _____ ,
в которой первый член равен _____ , а последний
равен _____ . Найдём число членов этой про-
грессии и вычислим их сумму.

Ответ: _____ .

б) _____

Ответ: _____ .

в) _____

Ответ: _____.

г) _____

Ответ: _____.

8. Арифметическая прогрессия задана формулой $a_n = 4n + 7$. Найдите: а) S_{10} ; б) S_{20} .

Решение: _____

Ответ: _____.

9. Докажите, что последовательность, заданная формулой $a_n = 2,8n$, является арифметической прогрессией, и найдите сумму первых сорока её членов.

Решение:

Найдите a_{n+1} и покажите, что разность $a_{n+1} - a_n$ не зависит от n :

Ответ: _____.

10. В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 5$, $d = 4$.

Найдите сумму всех её членов с 25-го по 35-й включительно.

Решение: _____

Ответ: _____.

11. В арифметической прогрессии (b_n) $b_7 = 20$, $b_{11} = 18$. Найдите S_{20} .

Решение: _____

Ответ: _____.

12. В арифметической прогрессии $a_4 + a_{11} = 7$. Найдите S_{14} .

Решение: _____

Ответ: _____.

13. Решите уравнения:

а) $1 + 7 + 13 + \dots + x = 280$;

б) $(x + 1) + (x + 4) + \dots + (x + 28) = 155$.

Решение:

Ответ: а) _____ ; б) _____.

14. Проверьте себя.

а) В арифметической прогрессии (a_n) $a_1 = 2$, $d = -4$. Найдите S_{10} .

б) В арифметической прогрессии (b_n) $b_1 = 7$, $b_{60} = 59$. Найдите S_{60} .

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.



П. 23. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ. ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Вычислите: $\left(\frac{2}{15} + 1\frac{7}{12}\right) \cdot \frac{30}{103} - \left(2 : 2\frac{1}{4}\right) \cdot \frac{9}{32}$.

Решение: _____

Ответ: _____.

2. Прочитайте п. 27 учебника и закончите предложения:

а) Геометрической прогрессией называется последовательность отличных от нуля чисел, каждый член которой, начиная со второго, равен предыдущему члену, _____ на одно и то же число.

б) Число q называют _____ геометрической прогрессии.

в) Формулу _____ называют формулой n -го члена геометрической прогрессии.

г) Квадрат любого члена геометрической прогрессии, начиная со второго, равен _____ предыдущего и _____ её членов.

3. Является ли геометрической прогрессией последовательность:

а) 2; 9; 16; 22; 27; ...;

в) 8; 4; 2; 1; 0,5; ...;

б) -4; 4; -4; 4; -4; ...;

г) 0; 5; 20; 80; 320; ...?

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

4. Найдите первый член и знаменатель геометрической прогрессии:

а) 8; 4; 2; ... $b_1 =$ _____; $q =$ _____;

б) -10; 20; -40; ... $b_1 =$ _____; $q =$ _____;

- в) $-75; 15; -3; \dots$ $b_1 =$ _____ ; $q =$ _____ ;
 г) $3; 1; \frac{1}{3}; \dots$ $b_1 =$ _____ ; $q =$ _____ .

5. Выпишите следующие три члена геометрической прогрессии:

- а) $3; 15; 45;$ _____ ; _____ ; _____ ...;
 б) $-1000; 100; -10;$ _____ ; _____ ; _____ ...;
 в) $\frac{1}{16}; -\frac{1}{8}; \frac{1}{4};$ _____ ; _____ ; _____ ...;
 г) $-12; -12\sqrt{2}; -24;$ _____ ; _____ ; _____ ...

6. Является ли геометрической или арифметической прогрессией последовательность, n -й член которой вычисляется по формуле:

- а) $b_n = 3 \cdot 2^n$ _____
 б) $b_n = 4 + 3^n$ _____
 в) $b_n = 5n + 2$ _____ ?
 Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

7. Запишите формулу n -го члена каждой последовательности и определите, является ли она арифметической или геометрической прогрессией:

- а) последовательность натуральных степеней числа 3;
 б) последовательность квадратов натуральных чисел;
 в) последовательность натуральных чисел, кратных 7;
 г) последовательность натуральных чисел, которые при делении на 6 дают в остатке 1.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

8. Запишите первые пять членов геометрической прогрессии, если:

а) $b_1 = -3, q = 4$ _____ ;

б) $b_1 = -2, q = -3$ _____ ;

в) $b_1 = 2, q = 0,25$ _____ ;

г) $b_1 = 0,001, q = -10$ _____ .

9. В геометрической прогрессии со знаменателем 9 известен четвёртый член. Выпишите все предыдущие члены этой прогрессии:

_____ ; 1215; ...
_____ .

10. Запишите два предыдущих и два последующих члена геометрической прогрессии, если её знаменатель равен $\frac{1}{5}$.

а) ...; _____ ; _____ ; 125; _____ ; _____ ; ...

а) ...; _____ ; _____ ; $\frac{1}{5}$; _____ ; _____ ; ...

11. Последовательность (b_n) — геометрическая прогрессия. Найдите:

а) b_3 , если $b_1 = 0,5; q = -2$;

б) b_4 , если $b_1 = -2; q = 3$;

в) b_6 , если $b_1 = -3; q = -\frac{1}{3}$;

г) b_5 , если $b_1 = 1; q = -2$.

12. Найдите знаменатель геометрической прогрессии, если:

а) $b_1 = 250, b_4 = -2$;

б) $b_1 = 2, b_5 = 162$;

в) $b_1 = -3, b_4 = 81$;

г) $b_1 = -128, b_7 = -2$.

13. Найдите номер подчёркнутого члена геометрической прогрессии:

а) 625; 125; 25; 5; ...; $\frac{1}{125}$; ...

б) -1; 2; -4; 8; ...; 256; ...

14. Даны три последовательных члена геометрической прогрессии. Найдите x :

а) 7; x ; 63, если $x < 0$;

б) 2; x ; 18, если $x > 0$;

в) 2,7; x ; 0,3.

15. Определите, возрастает или убывает геометрическая прогрессия (b_n):

а) если $b_1 > 0, q > 1$

б) если $b_1 < 0, 0 < q < 1$

Ответ: а) _____; б) _____.

16. Найдите седьмой член и знаменатель геометрической прогрессии с положительными членами, если:

а) $b_6 = 81; b_8 = \frac{1}{9}$

б) $b_6 = 9; b_8 = 3$.

Ответ: а) $b_7 =$ _____; б) $b_7 =$ _____.

17. Встретится ли среди членов геометрической прогрессии 2; 6; 18; ... число:

а) 72; б) 54; в) 486?

При положительном ответе укажите номер члена.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ .

18. Сумма трёх положительных чисел, составляющих арифметическую прогрессию, равна 15. Если первое из них оставить без изменения, ко второму из них прибавить 1, а к третьему прибавить 5, то получится возрастающая геометрическая прогрессия. Найдите эти числа.

Решение: _____

Ответ: _____ .

19. Сумма первого и третьего членов геометрической прогрессии равна 20, а сумма второго и четвёртого членов равна 60. Найдите первый член и знаменатель прогрессии.

Решение: _____

Ответ: _____ .

20. Три числа составляют геометрическую прогрессию. Если второй член уменьшить на 4, то полученные числа в том же порядке опять составят геометрическую прогрессию. Если в новой прогрессии третий член уменьшить на 9, то получится арифметическая прогрессия. Найдите первоначально данные числа.

Решение: _____

Ответ: _____.

21. Проверьте себя.

а) Выпишите следующие четыре члена геометрической прогрессии:

$2; \frac{1}{2}; \frac{1}{8};$ _____.

б) В геометрической прогрессии: $b_1 = 4; q = \frac{1}{2}$.

Найдите b_6 .

Решение: _____

Ответ: _____.



П. 24. ФОРМУЛА СУММЫ ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

1. Вычислите:

а) $-7 \cdot (-4,7) - 6,8;$

б) $5,4 \cdot 1,9 - 2,15.$

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

2. Прочитайте п. 28 и ответьте на вопросы:

По какой формуле вычисляют сумму первых n членов геометрической прогрессии?

3. Найдите сумму первых n членов геометрической прогрессии, если:

а) $b_1 = \frac{1}{2}$, $q = 2$, $n = 6$;

б) $b_1 = -2$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 5$;

в) $b_1 = -1$, $q = \frac{1}{3}$, $n = 4$;

г) $b_1 = -6$, $q = \frac{1}{2}$, $n = 5$;

д) $b_1 = 5$, $q = -\frac{2}{3}$, $n = 5$;

е) $b_1 = -4$, $q = -2$, $n = 6$.

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ;
г) _____ ; д) _____ ; е) _____ .

4. Найдите сумму первых семи членов геометрической прогрессии:

а) 3; 6; 12; ...;

в) $1, \frac{1}{2}, \frac{1}{4}, \dots$;

б) 5; -10; 20; ...;

г) 4, -12, 36,

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

5. В геометрической прогрессии найдите:

а) b_1 и b_6 , если $q = 2$, $S_6 = 315$;

б) b_1 и b_7 , если $q = -2$, $S_7 = 258$.

Решение:

а) По формуле суммы n первых членов геометрической прогрессии

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1} \text{ имеем } 315 = \frac{b_1 \cdot (2^6 - 1)}{2 - 1}.$$

Решим это уравнение относительно b_1 :

По формуле n -го члена геометрической прогрессии $b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$ найдём

$$b_6 = \frac{315}{2^5} = 9.75.$$

Ответ: $b_1 = 1.2$, $b_6 = 9.75$.

б) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

7. Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, в которой $b_1 = \frac{1}{4}$, $b_8 = 32$.

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Найдите сумму первых десяти членов геометрической прогрессии (b_n) , в которой $b_2 = -2$, $b_5 = 16$.

Решение:

Найдём знаменатель прогрессии q из условия $b_5 = b_2 \cdot q^3$.

Ответ: _____.

9. Найдите сумму первых восьми членов геометрической прогрессии, второй член которой равен 8, а четвёртый равен 32.

Решение: _____

Ответ: _____.

10. Докажите, что последовательность (b_n) , где $b_n = 3 \cdot 2^n$, является геометрической прогрессией, и вычислите сумму первых восьми членов.

Решение:

Для доказательства того, что последовательность (b_n) является геометрической прогрессией, достаточно проверить равенство $b_n^2 = b_{n-1} \cdot b_{n+1}$ при $n \geq 2$. Имеем:

$b_n = 3 \cdot 2^n$, $b_{n-1} =$ _____, $b_{n+1} =$ _____,

и, следовательно $b_n^2 =$ _____.

Так как $b_1 =$ _____, $b_2 =$ _____,
 то знаменатель данной прогрессии $q =$ _____.
 Тогда $S_8 =$ _____.
 Ответ: _____.

11. Докажите, что (b_n) , где $b_n = -4 \cdot 3^n$, является геометрической прогрессией и найдите сумму первых восьми членов.

Решение: _____

Ответ: _____.

12. Решите уравнение:

$$1 + x + x^2 + \dots + x^{103} = 0.$$

Решение: _____

Ответ: _____.

13. Сумма первого и пятого членов геометрической прогрессии равна 102, а сумма второго и шестого членов равна 204. Сколько членов этой прогрессии, начиная с первого, нужно сложить, чтобы их сумма была равна 6138?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Проверьте себя.

а) В геометрической прогрессии $b_1 = 4$, $q = \frac{1}{2}$.

Найдите сумму первых шести её членов.

б) Найдите сумму первых пяти членов геометрической прогрессии

$$1, \frac{1}{3}, \frac{1}{9}, \dots$$

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .



П. 25. ПРИМЕРЫ КОМБИНАТОРНЫХ ЗАДАЧ

1. Вычислите: а) $(-0,4)^3 : (-0,04 - 0,2)$; б) $\left(-\frac{5}{7} + \frac{1}{2}\right) \cdot \frac{7}{20}$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ .

2. Прочитайте п. 30 учебника и ответьте на вопросы:

а) Какие задачи называются комбинаторными?

б) Чем занимается комбинаторика?

3. Заполните пропуски:

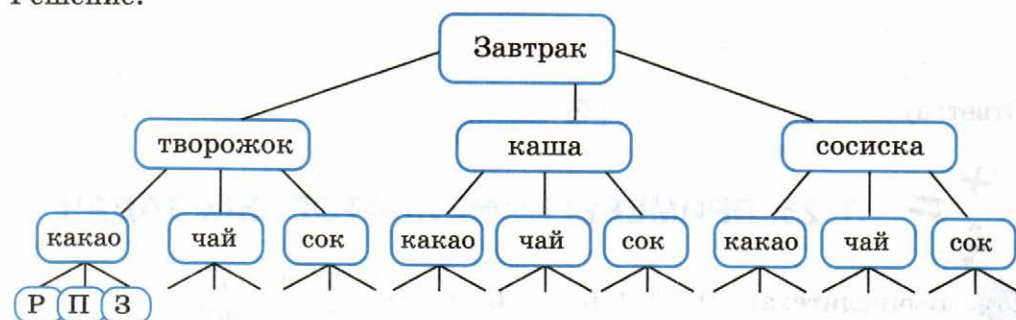
Пусть имеется n элементов и требуется выбрать из них один за другим k элементов.

Если первый элемент можно выбрать n_1 способом, после чего второй элемент можно выбрать n_2 способами из оставшихся, затем третий элемент можно выбрать n_3 способами из оставшихся и т. д., то число способов, которыми могут быть выбраны все k элементов, равно _____

4. На завтрак можно заказать творожок, кашу или сосиску. Из напитков — какао, чай или сок. Хлеб может быть ржаным, пшеничным или зерновым.

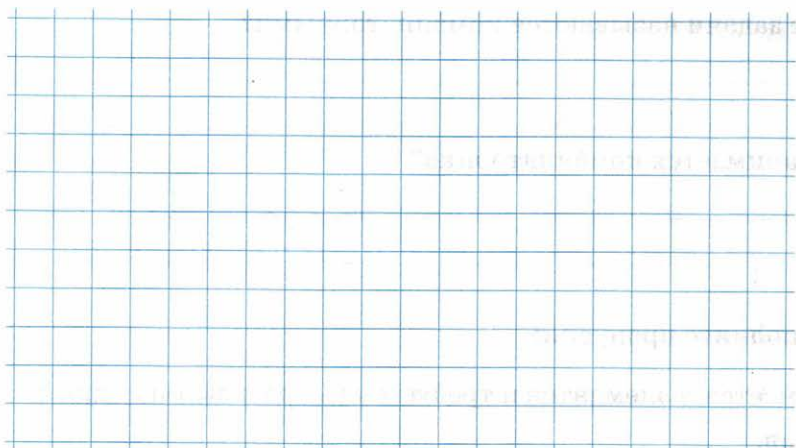
а) Нарисуйте дерево возможных вариантов заказа.

Решение:



б) В скольких случаях в завтраке будет творожок?

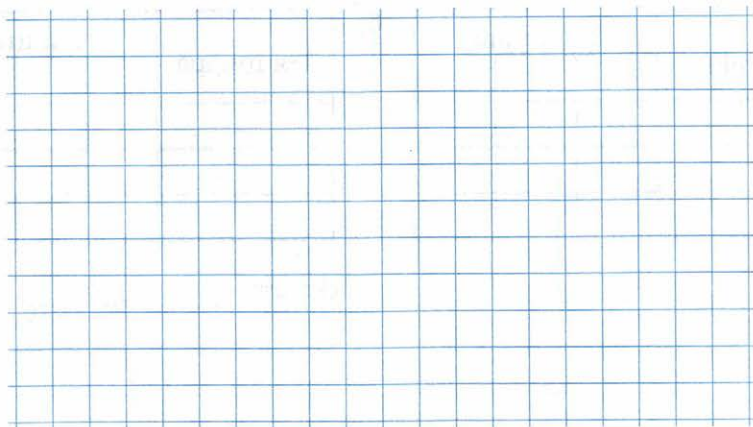
в) Как изменится дерево вариантов, если известно, что ржаной хлеб не дают с кашей, а творожок не совмещают с соком? Нарисуйте соответствующее дерево возможных вариантов завтрака и подсчитайте их количество.



Ответ: б) _____ ; в) _____.

5. Туристическая фирма планирует посещение туристами во Франции трёх городов: Версаля, Бордо, Марселя. Сколько существует вариантов такого маршрута? Нарисуйте дерево возможных вариантов.

Решение:



Ответ: _____.

6. Бросают две игральные кости (кубик с отмеченными на его гранях очками). Сколько различных пар очков может появиться на верхних гранях костей?

Решение:

Составим таблицу пар выпавших очков и дадим ответ на вопрос задачи.

Число очков на I кости	Число очков на II кости					
	1	2	3	4	5	6
1	11	12				
2						
3						
4						
5						
6						

Ответ: _____.

7. С помощью таблицы вариантов запишите все возможные двузначные числа, используя при этом цифры: а) 2, 3 и 4; б) 0, 5, 7, 8. Подсчитайте их количество.

Решение.

а)

1-я цифра	2-я цифра		

Ответ: _____

б)

1-я цифра	2-я цифра		

Ответ: _____

8. С помощью таблицы вариантов перечислите все двузначные числа, записанные с помощью цифр: а) 2, 6, 7; б) 1, 8, 9. Подсчитайте их количество.

Решение:

а)

1-я цифра	2-я цифра		

Ответ: _____

б)

1-я цифра	2-я цифра		

Ответ: _____

9. Пользуясь таблицей вариантов: а) перечислите все двузначные числа, в записи которых используются цифры 5, 7, 9, 0; б) подсчитайте количество этих чисел.

Решение:

1-я цифра	2-я цифра		

Ответ: а) _____ ; б) _____

10. В меню столовой предложены на выбор 3 первых, 5 вторых и 4 третьих блюда. Сколько различных вариантов обедов, состоящих из одного первого, одного второго и одного третьего блюда, можно составить из предложенного меню?

Решение:

Существует _____ различных способов выбора первого блюда. Для каждого выбора первого блюда можно _____ способами выбрать второе блюдо. Значит, существует _____ способов выбора первого и второго блюда. Для каждого из выбора первого и второго блюда можно _____ способами выбрать третье блюдо. Значит, составить различные варианты обеда можно _____ способами.

Ответ: _____.

11. На столе лежат 3 яблока, 4 апельсина и 6 мандаринов. Сколькими способами можно выбрать:

а) или мандарин, или яблоко, или апельсин

б) яблоко, апельсин и мандарин

в) один мандарин и один апельсин?

12. У Портоса есть сапоги со шпорами и без шпор, 4 разные шляпы и 3 разных плаща. Сколько у него вариантов одеться по-разному?

Решение: _____

Ответ: _____.

13. В футбольном чемпионате принимают участие 17 команд. Сколько всего игр будет сыграно на этом чемпионате, если:

а) каждая команда с остальными участниками играет и на своём, и на чужом поле;

б) каждая команда сыграет с каждой только один раз?

В каком случае можно применить правило умножения, а в каком нельзя? Почему?

Решение: _____

Ответ: _____

14. Фёдор забыл третью и последнюю цифру пятизначного номера телефона друга. Какое наибольшее число звонков предстоит сделать Фёдору, чтобы в результате дозвониться до приятеля?

Решение: _____

Ответ: _____

15. В турнире участвовало 16 шахматистов, причём каждый с каждым сыграл по одной партии. Сколько всего было сыграно партий?

Решение: _____

Ответ: _____

16. На официальном приёме 60 человек обменялись рукопожатиями. Сколько было сделано рукопожатий?

Решение: _____

Ответ: _____

17. В конференции участвовало 30 человек, и каждый с каждым обменялся визитной карточкой. Сколько всего визитных карточек понадобилось?

Решение: _____

Ответ: _____.

18. В некоторой стране 35 городов, и каждые два соединены авиалинией. Сколько всего авиалиний в стране?

Решение: _____

Ответ: _____.

19. Проверьте себя.

1) Аня, Катя и Вера купили билеты в театр на 1, 2 и 3-е места первого ряда. Перечислите все возможные способы, которыми девочки могут занять свои места.

2) С помощью цифр 0, 2, 7 запишите все возможные двузначные числа, в которых цифры: а) должны быть различными; б) могут повторяться.

Решение: _____

Ответ: 1) _____ ; 2) а) _____ ; б) _____.



П. 26. ПЕРЕСТАНОВКИ

1. Вычислите: а) $849 \cdot 18 - 684 : 19$; б) $(-8) \cdot (-7 + 5) - 5 \cdot (-8)$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 31 учебника, ответьте на вопросы и выполните задания.

а) Что называется перестановкой из n элементов?

б) Запишите формулу для вычисления числа перестановок из n элементов.

в) Что обозначает и как читается запись: $2!$; $n!$?

3. Вычислите:

а) $3!$

б) $5!$

в) $4! + 5!$

г) $4! : 6!$

Решение:

Ответ: а) ; б) ; в) ; г) .

4. Верно ли, что:

а) $9! = 9 \cdot 8!$

б) $9! = 3! \cdot 3!$

в) $\frac{13!}{12!} = 13$

г) $4! - 3! = 3! \cdot (4 - 1)$?

5. Вычислите:

а) $P_{11} : P_{10}$

в) $P_{50} : P_{49}$

б) $P_{20} : P_{18}$

г) $P_{22} : P_{20}$

Решение:

Ответ: а) ; б) ; в) ; г) .

6. Выпишите все перестановки из цифр 1, 2, 3. Чему равно P_3 ?

Решение:

Ответ:

7. Выпишите все перестановки из четырёх букв и подсчитайте их количество P_4 .

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Для каждой из 8 команд, участвующих в школьной спартакиаде, надо изготовить свой флаг. Есть материя трёх цветов. Флаг сшивают из трёх одинаковых по величине и разных по цвету горизонтальных полос. Удается ли таким образом сделать флаг для каждой команды?

Решение: _____

Ответ: _____.

9. Сколькими различными способами могут сесть на скамейку:
а) 6 человек; б) 7 человек?

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

10. Сколькими способами можно расставить на полке 10 книг, если:

а) все книги различные;

б) из них 3 книги одного автора, и они должны стоять рядом?

Решение: а) _____

б) Будем считать 3 книги одного автора одной книгой. Тогда у нас имеется не 10 книг, а _____. Расставить их можно $P_{\square} = \rule{1.5cm}{0.4pt}$ различными способами. В то же время книги одного автора можно расставить $P_{\square}$ способами.

Поэтому всего перестановок в соответствии с условием задачи будет _____.

Ответ: а) _____; б) _____.

11. Из цифр 1, 2, 3, 4, 5 составляют пятизначные числа, в которых все цифры разные. а) Сколько из них чётных? б) Сколько из них делится на 5?

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

12. Сколькими способами можно расставить на полке пять книг по алгебре и три по геометрии, причём так, чтобы все книги по алгебре (в любом порядке) стояли рядом?

Решение: _____

Ответ: _____.

13. У 9 «а» класса в понедельник должно быть 5 уроков по следующим предметам: алгебра, география, физика, биология, физкультура. Сколькими способами можно составить расписание на этот день так, чтобы физкультура была пятым уроком?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Из цифр 1, 2, 3, 7 составлены всевозможные четырёхзначные числа (без повторения цифр). Сколько среди этих чисел таких, которые:

а) начинаются с цифры 7; б) не начинаются с цифры 3?

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

15. Проверьте себя.

а) Вычислите P_7 .

б) Сколькими способами можно составить расписание уроков на вторник, если в этот день должно быть 5 уроков: алгебра, русский язык, история, химия, физкультура?

Ответ: а) _____ ; б) _____.



П. 27. РАЗМЕЩЕНИЯ

1. Вычислите: а) $34 \cdot 27 + 1638 : 39$; б) $32 \cdot 37 - 3293 : 37$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 32 и закончите предложение.

Размещением из n элементов по k ($k \leq n$) называется любое множество, состоящее из _____ элементов, взятых _____ из данных n элементов.

3. Запишите формулу для вычисления числа размещений из n элементов по k .

4. Составьте размещения из четырёх букв a, b, c, d по 3 буквы.

Решение: _____

5. В классе 10 различных учебных предметов и 5 уроков в день. Сколькими способами можно составить расписание уроков на один день?

Решение:

При выборе из 10 элементов по 5 нам важен и состав, и порядок. Следовательно, количество способов равно $A_{10}^5 =$ _____

Ответ: _____.

6. Сколькими способами можно сделать трёхцветный флаг (с тремя горизонтальными полосками), если имеется материал пяти различных цветов?

Решение: _____

Ответ: _____.

7. В Правление избрано 9 человек. Из них надо выбрать председателя, заместителя председателя и секретаря. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Сколько словарей надо издать, чтобы можно было непосредственно выполнять переводы с любого из пяти языков: русского, английского, французского, немецкого, итальянского на любой другой из этих пяти языков?

Решение: _____

Ответ: _____.

9. Сколькими способами можно обозначить латинскими буквами вершины шестиугольника, если всего в латинском алфавите 26 букв?

Решение: _____

Ответ: _____.

10. В конкурсе чтецов принимают участие 18 человек. Сколькими способами организаторы конкурса могут определить, кто из них выступит первым, вторым и третьим?

Решение: _____

Ответ: _____.

11. Сколько трёхзначных чисел, в которых нет одинаковых цифр, можно составить из пяти цифр: а) 1, 3, 6, 8, 9; б) 0, 1, 2, 4, 8?

Решение:

а) Число трёхзначных чисел, в которых цифры не повторяются, равно числу _____.

б) Из найденного в задании а) числа трёхзначных чисел надо исключить те, которые начинаются с цифры 0. Их число равно _____.

Значит, искомое число трёхзначных чисел равно _____.

Ответ: _____.

12. Сколько существует семизначных телефонных номеров, в которых все цифры различны и первая цифра отлична от нуля?

Решение: _____

Ответ: _____.

13. Сколько существует трёхзначных чисел, составленных из цифр 1, 2, 3, 4, 5, 6 (без повторений), которые не кратны 3?

Решение:

Числа, кратные 3, это числа, которые составлены из цифр 1, 2, 3; 1, 2, 6, и только из этих цифр. Из каждой тройки цифр можно составить

P_3 чисел, кратных 3. Всего троек _____.

Значит, всего трёхзначных чисел, кратных 3, будет _____.

Всех трёхзначных чисел, которые можно составить из данных 6 цифр, будет _____.

Значит, количество трёхзначных чисел, не кратных 3, равно _____.

Ответ: _____.

14. Из 5 чашек, 6 блюдец и 7 чайных ложек хотят накрыть стол для 4 человек, дав каждому из них 1 чашку, 1 блюдце и 1 ложку. Сколькими способами можно это сделать?

Решение: _____

Ответ: _____.

15. Сколько различных четырёхзначных чисел, делящихся на 4, можно составить из цифр 1, 2, 3, 4, 5, если каждая цифра встречается лишь один раз?

Решение: _____

Ответ: _____.

16. Из цифр 0, 1, 2, 3, 4, 5 составили все возможные трёхзначные числа (без повторения цифр). Сколько среди них таких, сумма цифр которых равна: а) 6; б) 9?

Решение: _____

Ответ: _____.

17. Найдите сумму всех трёхзначных чисел, которые можно записать с помощью цифр 1, 2, 3, 4, если никакая цифра не должна появляться дважды в записи числа?

Решение: _____

Ответ: _____.

18. Проверьте себя.

а) Вычислите A_7^2 .

б) Сколькими способами можно разделить между семью лицами две путёвки в разные санатории? _____

Ответ: а) _____; б) _____.



П. 28. СОЧЕТАНИЯ

1. Вычислите:

$$\begin{array}{r} \text{а) } 100 - 4 \\ : 16 \\ \cdot 12 \\ + 28 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{б) } 92 - 47 \\ : 15 \\ + 23 \\ : 13 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{в) } 70 : 5 \\ + 2 \\ \cdot 4 \\ - 64 \\ : 11 \\ \hline ? \end{array}$$

$$\begin{array}{r} \text{г) } 75 : 25 \\ \cdot 19 \\ + 8 \\ : 13 \\ \cdot 20 \\ \hline ? \end{array}$$

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____; г) _____.

2. Прочитайте п. 33 учебника и закончите предложения.

а) Сочетанием из n элементов по k называется _____, составленное из k элементов, _____ из данного множества.

б) Два размещения из n элементов по k считаются различными, если они различаются _____ или _____ их расположения.

в) В отличие от размещений в сочетаниях не имеет значения, в каком порядке указаны элементы, важен лишь _____.

3. Запишите формулу числа сочетаний из n элементов по k :

$$C_n^k = \underline{\hspace{10cm}}$$

4. Составьте все сочетания из четырёх букв a, b, c, d по три буквы:

5. Вычислите:

а) $C_4^3 = \underline{\hspace{10cm}};$

б) $C_5^4 = \underline{\hspace{10cm}};$

в) $C_5^3 = \underline{\hspace{10cm}};$

г) $C_7^4 = \underline{\hspace{10cm}};$

д) $C_7^5 = \underline{\hspace{10cm}};$

е) $C_8^6 = \underline{\hspace{10cm}}.$

6. Из десяти кандидатов на одну и ту же должность нужно выбрать трёх. Сколькими способами это можно сделать?

Решение:

Из 10 человек будем выбирать 3, причём порядок не важен, важен _____ . Следовательно, число способов равно

$$C_{\square}^{\square} = \underline{\hspace{10cm}}$$

Ответ: _____ .

7. В отборочной группе первенства мира по футболу 6 команд, а продолжат соревнования лишь две. Какое число различных исходов в отборочной группе первенства мира по футболу?

Решение: _____

Ответ: _____.

8. В первенстве страны по футболу участвуют 16 команд, а по итогам первенства высшую лигу покидают команды, занявшие последние два места. Подсчитайте число различных «печальных» исходов.

Решение: _____

Ответ: _____.

9. Сколькими способами можно выбрать три различных краски из имеющихся пяти различных красок?

Решение: _____

Ответ: _____.

10. Хоккейная команда состоит из двух вратарей, семи защитников и десяти нападающих. Сколькими способами тренер может составить стартовую шестёрку, состоящую из вратаря, двух защитников и трёх нападающих?

Решение: _____

Вратаря можно выбрать _____ способами.

Двух защитников _____ способами.

Трёх нападающих _____ способами.

Таким образом, стартовую шестёрку можно составить _____ способами.

Ответ: _____.

11. Сколькими способами можно выбрать двух дежурных из 26 учащихся класса?

Решение: _____

Ответ: _____.

12. Из 8 мальчиков и из 5 девочек надо выделить для работы на пришкольном участке 3 мальчиков и 2 девочек. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: _____

Ответ: _____.

13. Сколько различных дробей можно составить из чисел 3, 5, 7, 11, 13, 17 так, чтобы в каждую дробь входили 2 различных числа?

Сколько среди них будет правильных дробей?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Предприятие может предоставить работу по одной специальности 5 мужчинам, по другой — 6 женщинам, по третьей — 4 работникам независимо от пола. Сколькими способами можно заполнить вакантные места, если имеются 15 претендентов: 7 мужчин и 9 женщин?

Решение:

Сначала выберем работников на первую специальность, т. е. 5 мужчин из 7: _____

Далее выберем женщин на вторую специальность: _____

Осталось _____ мужчин, _____ женщин и _____
вакантных места.

Эти места могут занять любые из _____ оставшихся человек.

В итоге получаем _____

Ответ: _____.

15. Группу из 24 студентов нужно разделить на 3 бригады, причём в первую бригаду должны входить 4 человека, во вторую 6 человек и в третью — 14 человек. Сколькими способами это можно сделать?

Решение: _____

Ответ: _____.

16. Староста класса подсчитал, что существует 435 способов выбора из учащихся класса двух его заместителей. Найдите число учащихся этого класса.

Решение: _____

Ответ: _____.

17. Проверьте себя.

а) Вычислите: C_6^2 . _____

б) Из 16 маляров, участвующих в ремонте школы, надо выделить троих для ремонта спортзала. Сколькими способами это можно сделать?

Ответ: а) _____ ; б) _____.



П. 29. ОТНОСИТЕЛЬНАЯ ЧАСТОТА СЛУЧАЙНОГО СОБЫТИЯ

1. Вычислите:

а) $5\,555 + (82\,320 : 84 - 693) \cdot 66$;

б) $32\,087 - 87 \cdot (67 + 62\,524 : 308)$.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____.

2. Прочитайте п. 34 учебника и заполните пропуски:

а) Случайные события — такие события, которые _____

б) Теория вероятностей изучает _____

в) Относительной частотой случайного события в серии испытаний называется отношение числа испытаний, в которых это событие _____ к числу _____ испытаний.

3. Сколько равновероятных исходов может произойти в опыте подбрасывания игрального кубика?

4. Заполните последний столбец таблицы:

№ п/п	Испытания	Число испытаний (n)	Собы- тие (A)	Частота события $A(m)$	Относительная частота события $A\left(\frac{m}{n}\right)$
1	Бросается однородная монета, имеющая правильную геометрическую форму	100	Выпал орёл	53	

№ п/п	Испытания	Число испытаний (n)	Собы- тие (A)	Частота события $A(m)$	Относительная частота события $A\left(\frac{m}{n}\right)$
2	Спортсмен стреляет по мишени	200	Попада- ние по мишени	180	
3	Бросается игральный кубик, имеющий правильную форму и сделанный из однородного материала	500	Выпа- ло 5 очков	86	

5. Ниже приведено четверостишие Омара Хайяма:

Чтоб мудро жизнь прожить, знать надобно немало.

Два важных правила запомни для начала.

Ты лучше голодай, чем что попало есть,

И лучше будь один, чем вместе с кем попало.

Найдите относительную частоту появления в этом тексте слов, записанных шестью буквами.

Решение: Всего в этом тексте _____ слов.

Шестью буквами записано _____ слов.

Частота появления в тексте слов, записанных шестью буквами, равна _____.

Относительная частота появления в тексте слов, записанных шестью буквами, равна _____.

Ответ: _____.

6. Выпишите четыре строки какого-либо стихотворения.

Заполни пропуски.

В тексте _____ букв.

Буква «в» встречается _____ раз, буква «м» встречается _____ раз.

Относительная частота появления в тексте буквы «в» равна _____;
буквы «м» равна _____.

Относительная частота появления в тексте буквы «в» больше (или меньше), чем буквы «м» на _____ процентов.

7. При проведении контроля качества среди 1000 случайно отобранных деталей оказалось 8 бракованных. Сколько бракованных деталей следует ожидать среди 50 000 деталей?

Решение:

По результатам контроля можно оценить вероятность того, что произведённая деталь бракованная. Приблизённо она будет равна относительной частоте этого события: _____. Такую же относительную частоту появления бракованных деталей следует ожидать и в партии в 50 000 деталей. Поэтому среди 50 000 деталей можно ожидать около _____ бракованных.

Ответ: _____.

8. Население города составляет около 400 000 жителей. У скольких жителей этого города день рождения может приходиться на 29 февраля?

Решение:

День 29 февраля бывает только в високосном году — один раз в 4 года. Значит, это один день из _____ дней.

Следовательно, для случайно выбранного человека его день рождения попадает на 29 февраля с вероятностью _____.
Это значит, что среди 400 000 жителей города следует ожидать около _____ человек, которым приходится праздновать свой день рождения раз в 4 года.
Ответ: _____.

9. Сколько примерно жителей должно быть в городе, чтобы можно было ожидать, что около 1000 его жителей родились 29 февраля?

Решение: _____

Ответ: _____.

10. При проверке выбранных случайным образом 300 лампочек из партии 3500 штук 3 лампочки оказались неисправными. Сколько неисправных лампочек можно ожидать в этой партии?

Решение: _____

Ответ: _____.

11. Вероятность поражения мишени биатлонистом Стрельцовым в положении стоя равна 75%, в положении лёжа — 94%. Сколько промахов следует ожидать в гонке, в которой биатлонист сделает по 10 выстрелов в каждом положении?

Решение: _____

Ответ: _____.

12. Проверьте себя.

В изготовленной партии 3000 одинаковых игрушек 36 игрушек оказались бракованными.

Найдите относительную частоту появления в данной партии бракованной игрушки.

Решение: _____

Ответ: _____



П. 30. ВЕРОЯТНОСТЬ РАВНОВОЗМОЖНЫХ СОБЫТИЙ

1. Вычислите:

а) $(55 + 14\,445 : 321) \cdot (319 - 283)$;

б) $(48 + 1160 : 145) \cdot 27 - 12$.

Решение: _____

Ответ: а) _____ ; б) _____.

2. Прочитайте п. 35 и заполните пропуски:

а) Исходы в определённом опыте или наблюдении считают равновозможными, если шансы этих исходов _____.

б) Исходы, при которых происходит некоторое событие, называются _____ для данного события.

в) Вероятность события A обозначают _____.

г) Вероятность события A равна _____,

где n — число _____, m — число _____.

д) Событие, которое при проведении некоторого опыта или наблюдения происходит всегда, называют _____ событием.

е) Вероятность достоверного события равна _____.

ж) Событие, которое не может произойти ни при каком исходе опыта или наблюдения, называют _____ событием.

з) Вероятность невозможного события равна _____.

3. В урне 10 одинаковых шаров разного цвета: 2 красных, 3 синих и 5 жёлтых. Шары тщательно перемешаны. Наугад вынимается один шар. Какова вероятность того, что вынутый шар окажется: а) красным (событие К), б) синим (событие С), в) жёлтым (событие Ж)?

Решение:

а) Число равновозможных исходов равно _____.

Число благоприятных исходов равно _____.

Вероятность события К равна _____.

б) _____

в) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____.

4. Бросаем игральный кубик, сделанный из однородного материала. Какова вероятность того, что: а) число выпавших очков кратно 5; б) выпало простое число; в) выпало 7 очков; г) число выпавших очков меньше 7?

Решение:

а) Выпишем все равновозможные исходы: _____

Выпишем все благоприятные для данного события исходы: _____

Вычислим вероятность события: _____

б) _____

в) _____

г) _____

Ответ: а) _____ ; б) _____ ; в) _____ ; г) _____ .

5. Заполните таблицу.

№ п/п	Испытание	Число всех возмож- ных исхо- дов (n)	Исследуемое событие (A)	Число благоприят- ных исходов (m)	Вероятность события A : $P(A) = \frac{m}{n}$
1	Бросание игрального кубика		Выпавшее число очков чётно		
2	Бросание игрального кубика		Выпавшее число очков кратно 3		
3	Изъятие из полного набора домино одной костишки		Изъят дубль		

6. Однородную монету, имеющую правильную геометрическую форму, бросают дважды. Какова вероятность того, что оба раза выпадет решка; хотя бы 1 раз выпадет орёл?

Решение:

Обозначим выпадение решки буквой P , а орла — буквой O . Тогда множество равновозможных исходов _____ .

Обозначим буквой A событие, когда оба раза выпадет решка, а буквой B — хотя бы один раз выпадет орёл.

Для события A благоприятен _____ исход, для события B _____ исхода.

$P(A) =$ _____ ; $P(B) =$ _____ .

Ответ: _____ .

7. В колоде 36 карт. Определите вероятность следующих событий:

A : карта, вынутая наугад из колоды, оказалось тузом;

B : карта, вынутая наугад из колоды, оказалась дамой треф;

C : карта, вынутая наугад из колоды, оказалась красной масти;

D : карта, вынутая наугад из колоды, оказалась не королём.

Решение: _____

Ответ: _____.

8. Какова вероятность того, что при бросании двух игральных кубиков сумма выпавших на них очков равна 7? 9?

Решение:

Пусть A — событие, состоящее в том, что при бросании двух кубиков сумма выпавших на них очков равна 7, B — сумма выпавших очков равна 9.

Заполнив таблицу суммы очков, выпавших на двух кубиках, найдём искомую вероятность событий A ; B .

Число очков, выпавших на I кубике	Число очков, выпавших на II кубике					
	1	2	3	4	5	6
1	2	3	4	5	6	7
2	3					
3						
4						
5						
6						

$P(A) =$ _____ ; $P(B) =$ _____ ;

Ответ: _____.

9. Для участия в игре 30 учеников должны разделиться произвольным образом на три группы одинаковой численности. Какова вероятность того, что подруги Оля и Ира окажутся в одной группе?

Решение: _____

Ответ: _____.

10. Набирая номер телефона, абонент забыл две последние цифры и, помня лишь то, что эти цифры различны, набрал их наугад. Какова вероятность того, что номер набран правильно?

Решение:

Найдём число всевозможных исходов. Из 10 различных цифр будут выбраны 2, причём важны и состав, и порядок. Следовательно, количество всевозможных исходов равно _____

Вероятность равна _____

Ответ: _____.

11. В лотерее «Спортлото» на специальной карточке отмечают 6 номеров из 49. Во время тиража открываются 6 выигравших номеров. Какова вероятность угадать в этой игре 3 счастливых номера?

Решение:

Пусть событие A — угадать 3 выигравших номера.

Число всевозможных вариантов заполнения карточки равно числу _____ из 49 элементов по 6, причём порядок заполнения карточки неважен, т. е. _____

Благоприятными для события A являются исходы: на специальной карточке отмечены 3 номера из 6 выигравших (количество таких исходов равно _____) и 3 номера из невыигравших (количество этих исходов равно _____).

Так как каждому выбору 3 выигравших номеров соответствуют все выборы по 3 из невыигравших номеров, то число выбранных (из числа всевозможных) исходов, благоприятных для события A , равно _____.

Вероятность равна:

$P(A) =$ _____.

Ответ: _____.

12. Из 18 собранных велосипедов 3 оказались с дефектом. Какова вероятность того, что 2 выбранных наугад велосипеда будут без дефектов?

Решение: _____

Ответ: _____.

13. В группе туристов, в которой 8 юношей и 3 девушки, выбирают по жребию четырёх дежурных. Какова вероятность того, что будут выбраны 2 юноши и 2 девушки?

Решение: _____

Ответ: _____.

14. Проверьте себя.

В коробке лежат 5 чёрных и 2 красных шара. Наугад вынимают 2 шара. Найдите вероятность того, что вынуты:

- а) два чёрных шара;
- б) два красных шара;
- в) шары разных цветов.

Решение: _____

Ответ: а) _____; б) _____; в) _____.

Учебное издание

Ерина Татьяна Михайловна

Ерина Мария Юрьевна

РАБОЧАЯ ТЕТРАДЬ ПО АЛГЕБРЕ

К учебнику Ю. Н. Макарычева и др. «Алгебра. 9 класс»

9 класс

Издательство «ЭКЗАМЕН»

Гигиенический сертификат

№ РОСС RU.НА34.Н08638 с 07.08.2018 г.

Главный редактор *Л. Д. Лаппо*

Редактор *И. М. Бокова*

Технический редактор *Л. В. Павлова*

Корректоры *А. В. Полякова, Л. В. Краденых*

Дизайн обложки *М. С. Михайлова*

Компьютерная верстка *А. С. Федотова*

Россия, 107045, Москва, Луков пер., д. 8.

www.examen.biz

E-mail: по общим вопросам: info@examen.biz;

по вопросам реализации: sale@examen.biz

тел./факс 8(495)641-00-30 (многоканальный)

Общероссийский классификатор продукции

ОК 005-93, том 2; 953005 — книги, брошюры, литература учебная

Отпечатано в соответствии с предоставленными материалами

в ООО «ИПК Парето-Принт», Россия, г. Тверь, www.pareto-print.ru

По вопросам реализации обращаться по тел.:

8(495)641-00-30 (многоканальный).